



Fallstudie: ODE-baserad simulering

Inspirerad av läroboken,
Case Study 20.6



Simulering av epidemi (jfr Lab 2, del 3)

Informationsteknologi

SIR-modellen:

$S(t)$ antal individer som är mottagliga för smittan

$I(t)$ antal individer som är infekterade

$R(t)$ antal individer som är immuna mot smittan vid tidpunkten t

Uppgift: Skriv ett Matlab-program för simulering baserad på SIR-modellen. Programmet ska visa resultaten i form av två grafer: en tidsseriegraf och en fasrumsgraf

Institutionen för informationsteknologi | www.it.uu.se



Modellen i ord och formler

Informationsteknologi

Antal mottagliga vid tiden t :

- Ökar med antal som föds eller inflyttar vid tiden t , folkökningen per tidsenhet mäts per tidsenhet som en andel av totalbefolkningen: bN
- Minskar med antal mottagliga som dör eller utflyttar vid tiden t : $-dS(t)$
- Minskar med antal mottagliga som smittas vid tiden t , vilket beror på hur stor andel av befolkningen som redan är smittad: $-\text{beta}(I(t)/N)S(t)$

Institutionen för informationsteknologi | www.it.uu.se



Modellen i ord och formler (forts)

Informationsteknologi

Antal mottagliga vid tiden t :

- Minskar med den andel av de mottagliga som vaccineras per tidsenhet: $-vS(t)$

Tillsammans ger dessa bidrag en modell för förändringen av $S(t)$ per tidsenhet:

$$S'(t) = bN - dS(t) - \text{beta}(I(t)/N)S(t) - vS(t)$$

Institutionen för informationsteknologi | www.it.uu.se



Modellen i ord och formler (forts)

Informationsteknologi

Antal infekterade vid tiden t :

- Ökar med det antal mottagliga som smittas vid tiden t : $\text{beta}(I(t)/N)S(t)$
- Minskar med det antal sjuka som tillfrisknar per tidsenhet: $-uI(t)$
- Minskar med det antal sjuka som dör per tidsenhet: $-dI(t)$

Tillsammans ger dessa bidrag en modell för förändringen av $S(t)$ per tidsenhet:

$$I'(t) = \text{beta}(I(t)/N)S(t) - uI(t) - dI(t)$$

Institutionen för informationsteknologi | www.it.uu.se



Modellen i ord och formler (forts)

Informationsteknologi

Antal immuna vid tiden t :

- Ökar med det antal sjuka som tillfrisknar per tidsenhet: $uI(t)$
- Minskar med det antal immuna som dör per tidsenhet: $-dR(t)$
- Ökar med det antal mottagliga som vaccineras per tidsenhet: $vS(t)$

Tillsammans ger dessa bidrag en modell för förändringen av $S(t)$ per tidsenhet:

$$R'(t) = uI(t) - dR(t) + vS(t)$$

Institutionen för informationsteknologi | www.it.uu.se



Modellen i sammanfattning

$$S'(t) = bN - dS(t) - \text{beta}(I(t)/N)S(t) - vS(t)$$

$$I'(t) = \text{beta}(I(t)/N)S(t) - uI(t) - dI(t)$$

$$R'(t) = uI(t) - dR(t) + vS(t)$$

För en simulering krävs dessutom:
Begynnelsevärden
Värden på modellparametrarna



Modellens realism

Citat ur Wikipedia:

This is a good, simple, model for many infectious diseases including [measles](#) [mässling], [mumps](#) [påssjuka] and [rubella](#) [röda hund].

För mera information:

[Wikipedia/epidemiology](https://en.wikipedia.org/wiki/Epidemiology)



Lösning i Matlab

- **Steg 1:** Formulera högerledet i modellen som en Matlab-funktion i form av en m-fil
- **Steg 2:** Skriv ett huvudprogram som:
 - Ger värden till modellparametererna
 - Läser in begynnelsevärden och andra indata
 - Anropar en av Matlabs inbyggda ODE-lösare, som löser problemet
 - Ritar de önskade graferna

SE FÄRDIGT EXEMPEL I MATLAB