Modellbygge och simulering av L. Ljung och T. Glad - Kap 1-2

Experiment *vs* modellbygge

Många frågor om ett *system* kan besvaras genom att utföra experiment.
Vettigt!
Men ibland finns nackdelar:

- Kostnader.
- Tidsåtgång.
- Farligt och/eller miljöförstörande.
- Systemet existerar inte.

Användning av modeller

Öka förståelsen

- Göra prognoser.
- Konstruktion (processer, produkter...), processoptimering.
- Modellbaserad regulatordesign, t ex modellprediktiv reglering (MPC)
- Forskning. Utveckla och testa hypoteser.
- Feldiagnos, processövervakning.
- Mjukvarusensorer
- Utbildning. Exempel: Simulator för kärnkraftverk, Flygplan, Reningsverk. “Virtuell verklighet”

Modelltyper

Modell: verktyg för att kunna besvara frågor om ett system (utan att göra experiment). Exempel:

- Mentala modeller
- Verbala modeller (Exempel: expertsystem)
- Fysiska modeller
- Grafer och tabeller
- **Matematiska modeller**

Hur bygger man modeller?

Två typer av kunskaper krävs:

- Förstå tillämpningen, ”domänexpert”.
- Förstå hur fakta kan omsättas till en användbar modell, ”kunskapsingenjör”. Fokus i denna kurs!

Två grundprinciper för att bygga matematiska modeller (kombineras ofta!):

- Fysikaliskt modellbygge. Använd naturlagar (massbalans, energibalans, Newtons lagar etc etc). Ibland behövs hypoteser och empiriska samband).
- **Systemidentifiering=Empirisk modellering** Ide’: Utnyttja observationer (mätningar) från systemet för att anpassa modellens egenskaper.

Modellverifiering

En modell är användbar först då dess giltlighet har testats och fastställts.
OBS Alla modeller har ett begränsat giltlighetsområde.

Strikt talat kan inte modeller valideras, de kan bara icke-falsifieras. Jämför hypotesprövning i statistik.

Praktiskt: Jämför modellens uppförande (utsignal) med systemets och utvärdera skillnaden: Är modellen tillräckligt noggrann givet **syftet** med modelleringen?

"We should make things as simple as possible, but not simpler"- Einstein

"All models are wrong but some are useful"- G. Box[a]

[a]Professor Emeritus of Statistics at the University of Wisconsin, and a pioneer in the areas of quality control, time series analysis, design of experiments and Bayesian inference.

Fys. modellbygge *vs* identifiering

Fysikaliskt modellbygge:

- Kan vara svårt/omöjligt

+ Modellen har ofta stort giltlighetsområde.

+ Ger fysikalisk insyn, och modeller där parametrarna har fysikalisk mening.

Systemidentifiering/Empirisk modellering:

+ ”Lätt”

- Ofta begränsat giltlighetsområde.

Ofta vettig ansats: Modellera det som ”går” med fysikalisk insikt använd sedan empirisk modellering för att bestämma kvaravarande okända parametrar i modellen, *Grey box identification.* Tas upp senare i kursen.

Empirisk modellering, icke-trivialiteter

Teknik: Samla in mätdata, anpassa parametrar i en modell till mätdata och validera modellen. Men:

- Måste hitta en vettig modelstruktur.
- Praktiskt taget alla mätningar från verkliga system är behäftade med störningar och brus. Vad händer då?
- Systemets egenskaper kanske ändrar sig med tiden.
- Viktiga signaler/variabler kanske inte kan mätas.

Matematiska modelltyper

- Deterministisk - Stokastisk
- Dynamisk - Statisk
- Tidskontinuerlig - Tidsdiskret
- Aggregerad (ordinära diffar) - Fördelad* (partiella diffar)
- Förändringsorienterad - Händelsestyrd*

*=Ingår ej i denna kurs

Kap 2 - Exempel på modeller

Läs själva!

Modellbygge och simulering av L. Ljung och T. Glad
- Kap 3 Modelltyper
(en hel del i Kap 3 är repetition)

Kap 3.3 - Variabler och signaler

Standardbeteckningar (i tillämpn anv ofta andra beteckningar)

- Utsignaler $y(t)$ (variabler som primärt är av intresse).
- Insignaler/styrsignal $u(t)$ (till vårat förfogande).
- Störsignal $w(t)$(kan ej påverkas, kan ibland inte mätas)

I kursen kommer vanligtvis skalära (en insignal, en utsignal) system att studeras. Ibland görs utvidgning till flera insignaler/utsignaler.

Kap 3.2 - Svarta lådor och enkla experiment

Transientanalys:

- Impulssvar: $u(t) = \delta(t) \Rightarrow y(t) = g(t)$
- Stegsvar: $u(t) = u_0$ for $t > 0 \Rightarrow y(t) = u_0 \int_0^t g(\tau) d\tau$
- + Snabb översikt över dynamiken. Tidsskala, orsak-verkan.
- − Oprecis information.
- − Känslig för störningar.

Frekvensanalys (jmfr reglerteknikkursen!)

- Linjärt system entydigt bestämt av sitt frekvenssvar $G(i\omega)$.
- För ett linjärt kontinuerligt system gäller att (då transienten dött ut):

$$u(t) = u_0 \cos(\omega t) \Rightarrow y(t) = y_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

  där

$$\begin{aligned} y_0 &= |G(i\omega)| u_0 \\ \varphi &= \arg G(i\omega) \end{aligned}$$

- $\Rightarrow$ Skatta frekvenssvaret genom att använda sinussignaler med olika frekvens som insignal och mäta utsignalen.

Frekvensanalys - sammanfattning

- + Lätt att använda.
- + Enda antagandet är att systemet är linjärt.
- + Lätt att undersöka intressanta frekvensområden
- - Resulterar i tabell/graf.
- - Ej praktiskt genomförbart att analysera alla frekvenser. Långsamt.
- - Inte alltid ”tillåtet” att använda sinussignaler i en process.

Kap 3.4

- Differentialekvationer

$$g(y^{(n)}(t), y^{(n-1)}(t), \ldots, y(t), u^{(m)}(t), u^{(m-1)}(t), \ldots, u(t)) =$$

- Tillståndsbegreppet

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}$$

- Tillståndsmodell (Kontinuerlig tid)

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$
$$y(t) = h(x(t), u(t))$$

- Linjär tillståndsmodell - Kontinuerlig tid

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

- Linjär tillståndsmodell - Diskret tid, se även **Appendix A.2**

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$
$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

Kap 3.5

Repetera vid behov:

- Stationära lösningar
- Stabilitet
- **Statisk förstärkning och tidskonstant**
- Linjärisering

Kap 3.6 - Kursivt