

# Systemidentifiering som modellbyggesverktyg

Kap 14

Mycket viktigt kapitel för projektarbetet!

## 14.1 Programpaket för identifiering

Arbetet med att ta fram en modell med hjälp av identifiering karakteriseras av följande kretslopp:

1. Ange en modellstruktur
2. Datorn levererar den bästa modellen i denna struktur
3. Utvärdera denna modells egenskaper
4. Pröva en ny struktur, gå till (1)

Se figur 14.1!

Man behöver i första hand hjälp med att beräkna modellen och med att utvärdera dess egenskaper. Det finns nu många kommersiellt tillgängliga programpaket för identifiering, som tillhandahåller sådan hjälp. De innehåller typiskt följande rutiner:

### **A** *Hantering av data, plottning o.d.*

Filtrering av data, bortagande av trender, urval av datasegment, mm.

### **B** *Icke-parametriska identifieringsmetoder*

Beräkning av kovarianser, fouriertransformer, korrelations- och spektralanalys, mm.

### **C** *Parametriska skattningsmetoder*

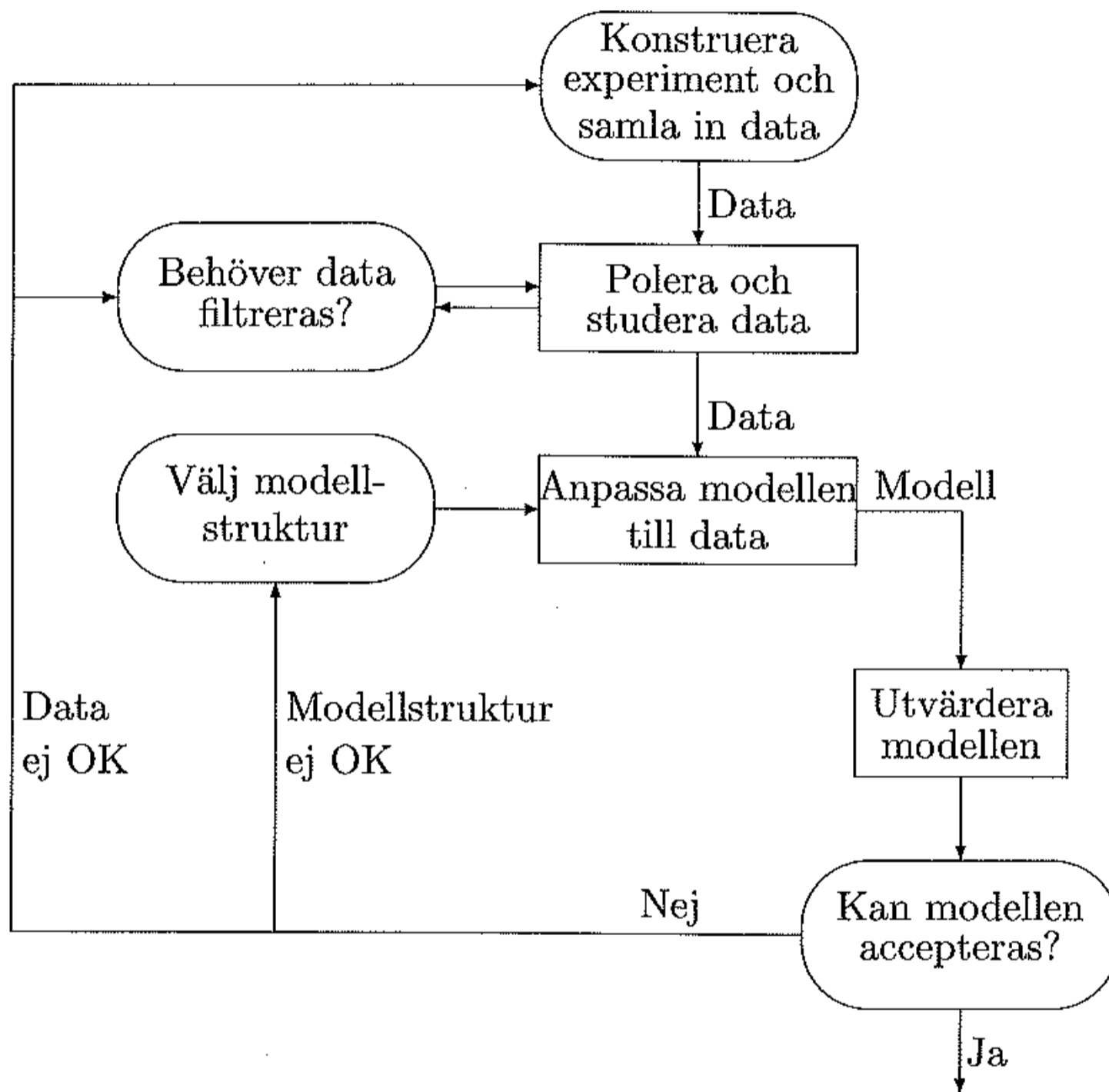
Beräkning av parameterskattningar i skilda modellstrukturer, mm.

### **D** *Presentation av modeller*

Simulering av modeller, beräkning och plottning av poler och nollställen, beräkning av frekvensfunktioner och plottning i bodediagram, mm.

### **E** *Validering av modeller*

Beräkning och analys av residualer ( $\varepsilon(t, \hat{\theta}_N)$ ). Jämförelser mellan olika modellers egenskaper, mm.



Figur 14.1: Identifieringens kretslopp. Rektanglar: Datorns huvudansvar. Ovaler: Användarens huvudansvar.

## Design av experiment (14.2)

- Vilka signaler skall mätas?
- Hur skall insignaler väljas?
- Vilken samplingsfrekvens är lämplig?
- Hur mycket data behöver samlas in?

- Vägledande principer (när möjlighet finns.):
  - Låt experimentet utföras under betingelser som efterliknar det som modellen skall användas till.
  - Låt insignalen excitera alla intressanta aspekter hos systemet.
  - Välj mätsignaler och insignaler så att prediktionen blir så känslig som möjligt m.a.p.  $\theta$ .

Val av insignal:

- Viktigt att insignalen är tillräckligt rik på frekvensinnehåll!
- En signal som växlar slumpmässigt mellan två nivåer är ofta ett bra val, PRBS.
- Insignalen bör väljas så att den har väsentlig energi i frekvensband som är viktiga för modelleringssyftet.
- Höga insignalamplituder: Ger bra signal/brusförhållande men risk för olinjära effekter och för stor processpåverkan, "driftstörning".

Val av samplingsintervall:

- Välj samplingsintervall *ca* 10 ggr den bandbredd som är av intresse.
- Det är bättre att sampla för snabbt än för långsamt.
- För att undvika vickningseffekter måste signalerna lågpassfiltreras *före* samplingen (antivickningsfilter)!

## Efterbehandling av data (14.3)

- Inspektera data.
- Ta bort ointressanta drifter och medelvärden.
  - För standard blackboxmodeller: **Subtrahera alltid bort medelvärden från både insignal och utsignal.**
- Tag bort eventuella högfrekventa störningar.
  - Lågpassfiltrera.
- Tag bort effekt av outliers (“uteliggare”).
  - Interpolera.



Förfiltrera data för att prioritera frekvensintervall av intresse:

$$u_f(t) = L(q)u(t)$$

$$y_f(t) = L(q)y(t)$$

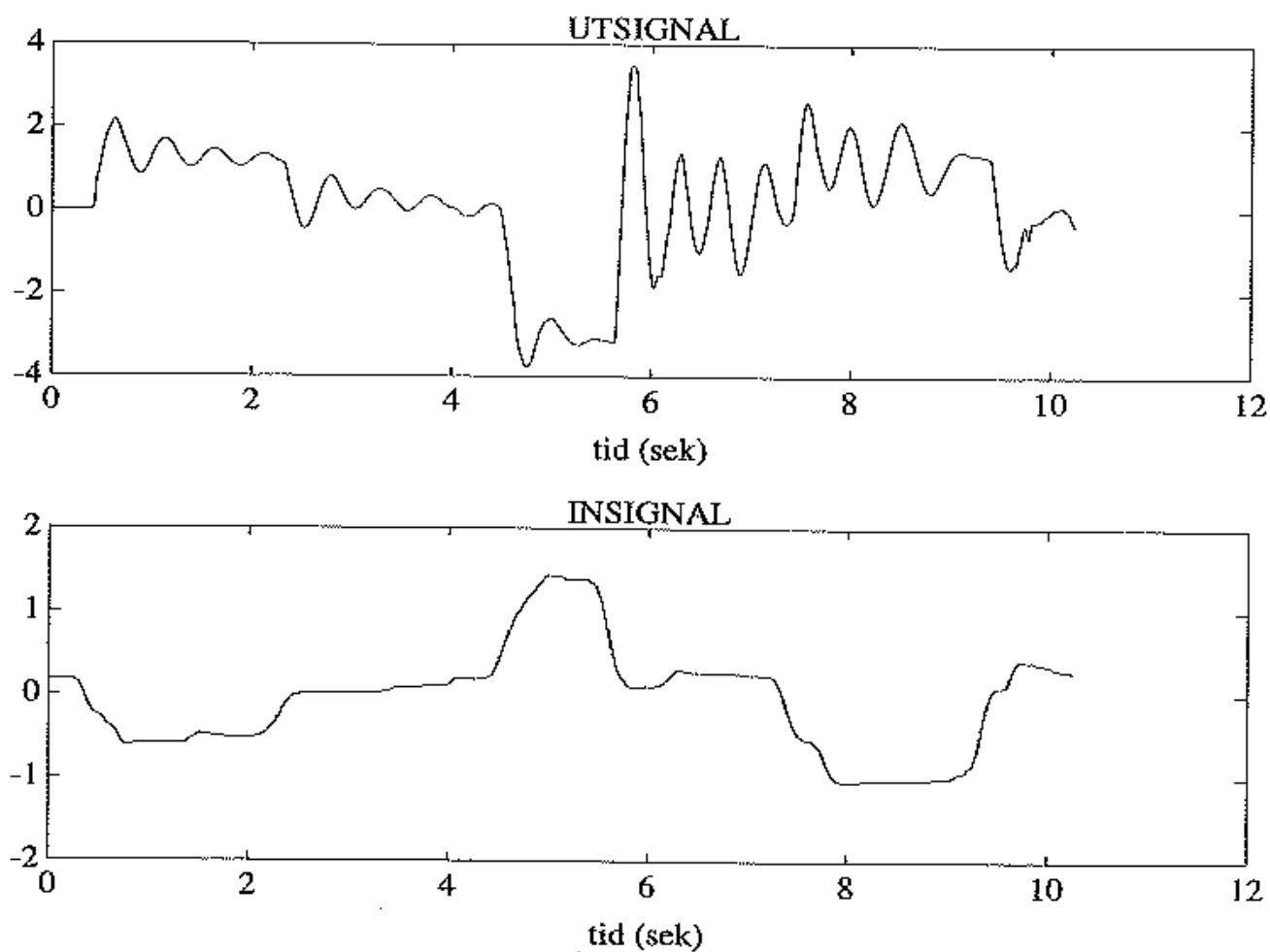
och använd  $u_f$  och  $y_f$  i identifieringen.  $\rightarrow$

$$\theta^* = \lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\theta}_N = \arg \min \int_{-\pi}^{\pi} |G_0(e^{i\omega}) - G(e^{i\omega}, \theta)|^2 \frac{\Phi_u(\omega) |L(e^{i\omega})|^2}{|H_*(e^{i\omega})|^2} d\omega$$

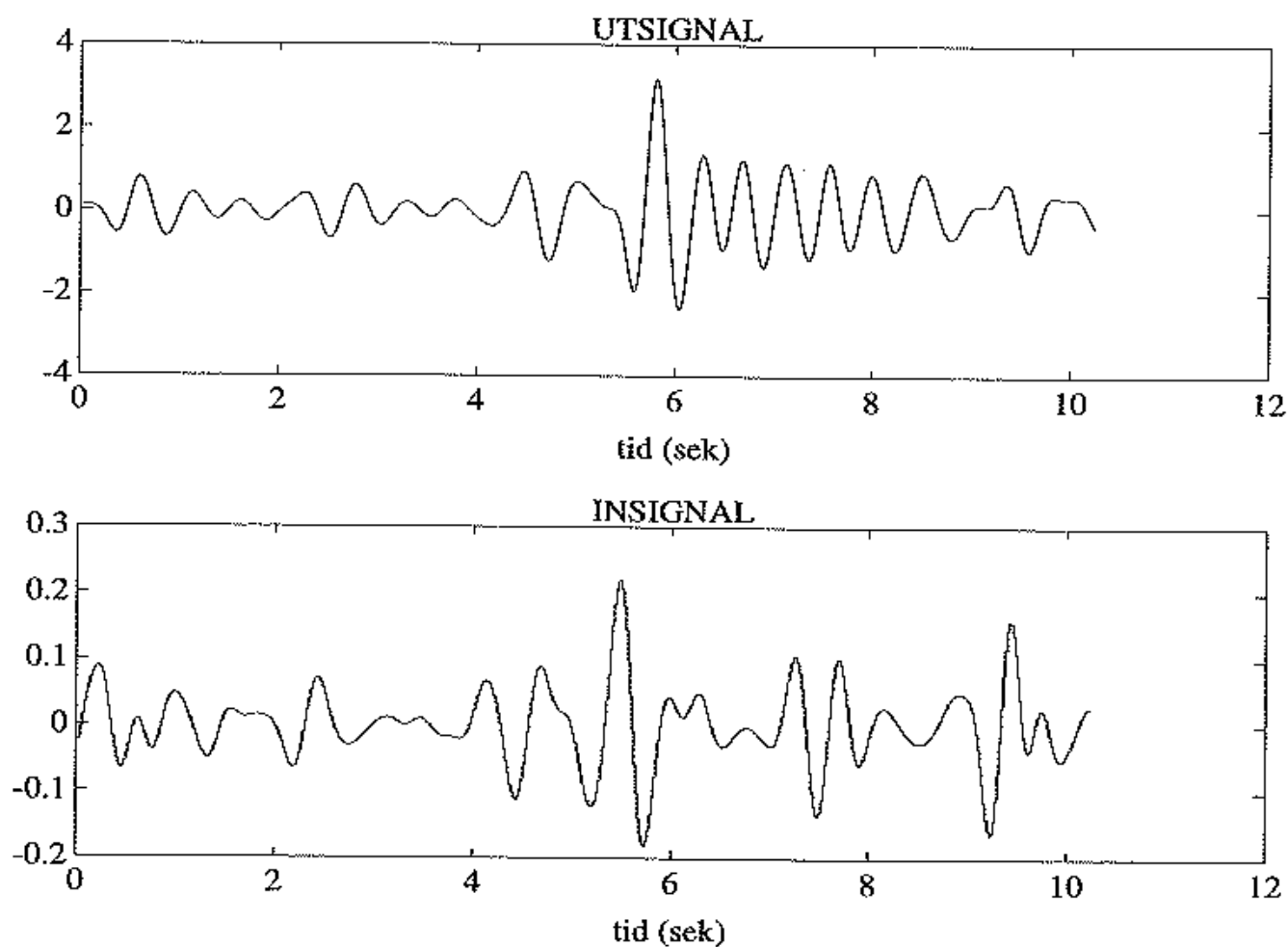
Med  $L$  kan viktiga frekvensområden prioriteras (illustreras i Blab 3) Speciellt viktigt vid ARX modellering!

## Exempel 14.2: En hydraulisk kran

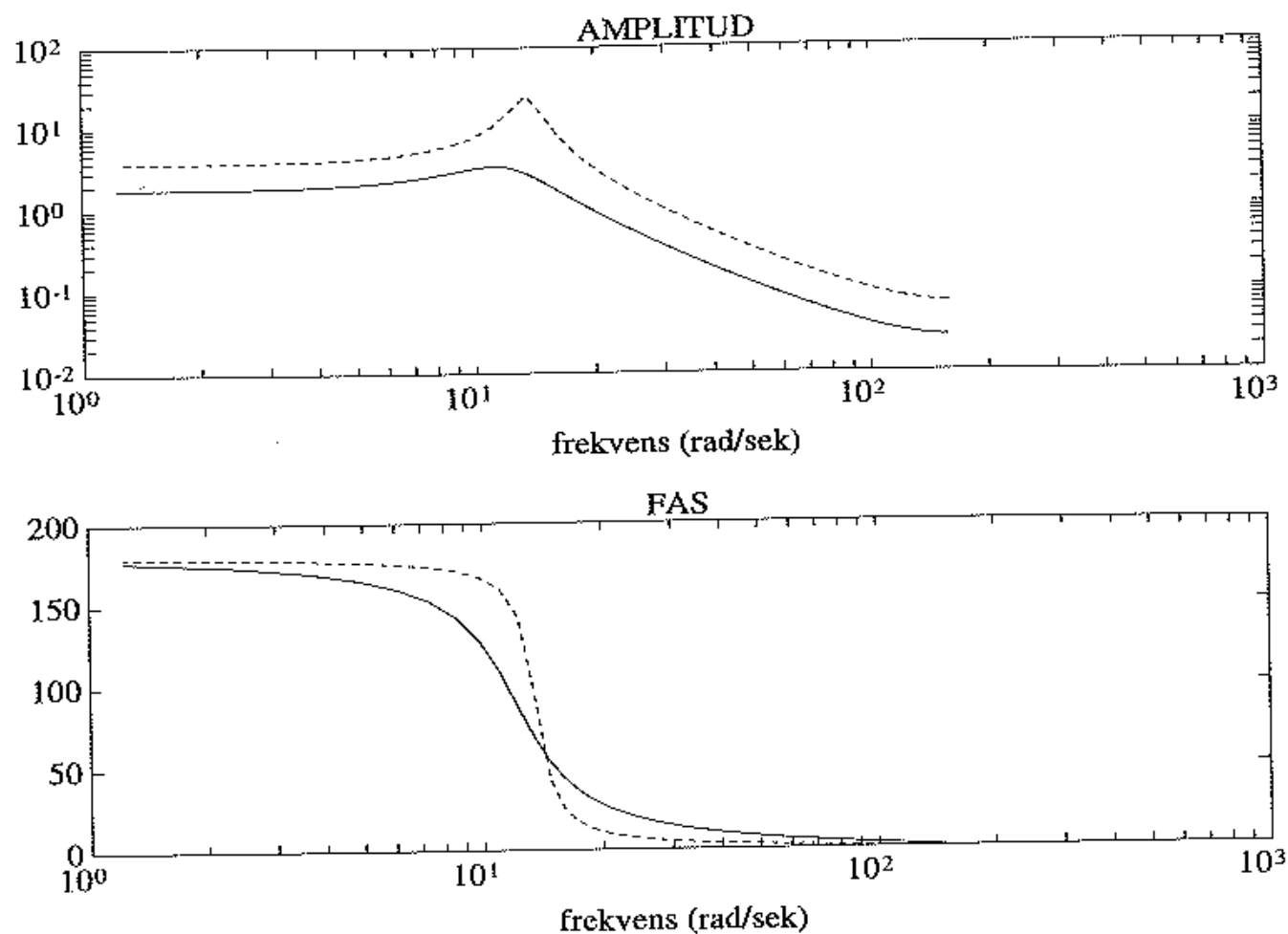
Lastkranar är i regel hydrauliskt styrda. I detta exempel skall vi studera en hydraulisk skogslastare. Den är ca 5 meter hög och styrs genom att olja pumpas i via en ventil till en cylinder vars kolv i sin tur är kopplad till kranarmen. Vi är speciellt intresserade av de mekaniska resonanser som finns i kranarmen, och vi vet att dessa ligger någonstans i intervallet 8 till 20 rad/sek. Insignalen, ventilläge och utsignalen, tryck i hydraulcylindern, mättes upp under 20 sekunder, med samplingsintervallet 0.02 sekunder. Första hälften av dessa data visas i figur 14.5.



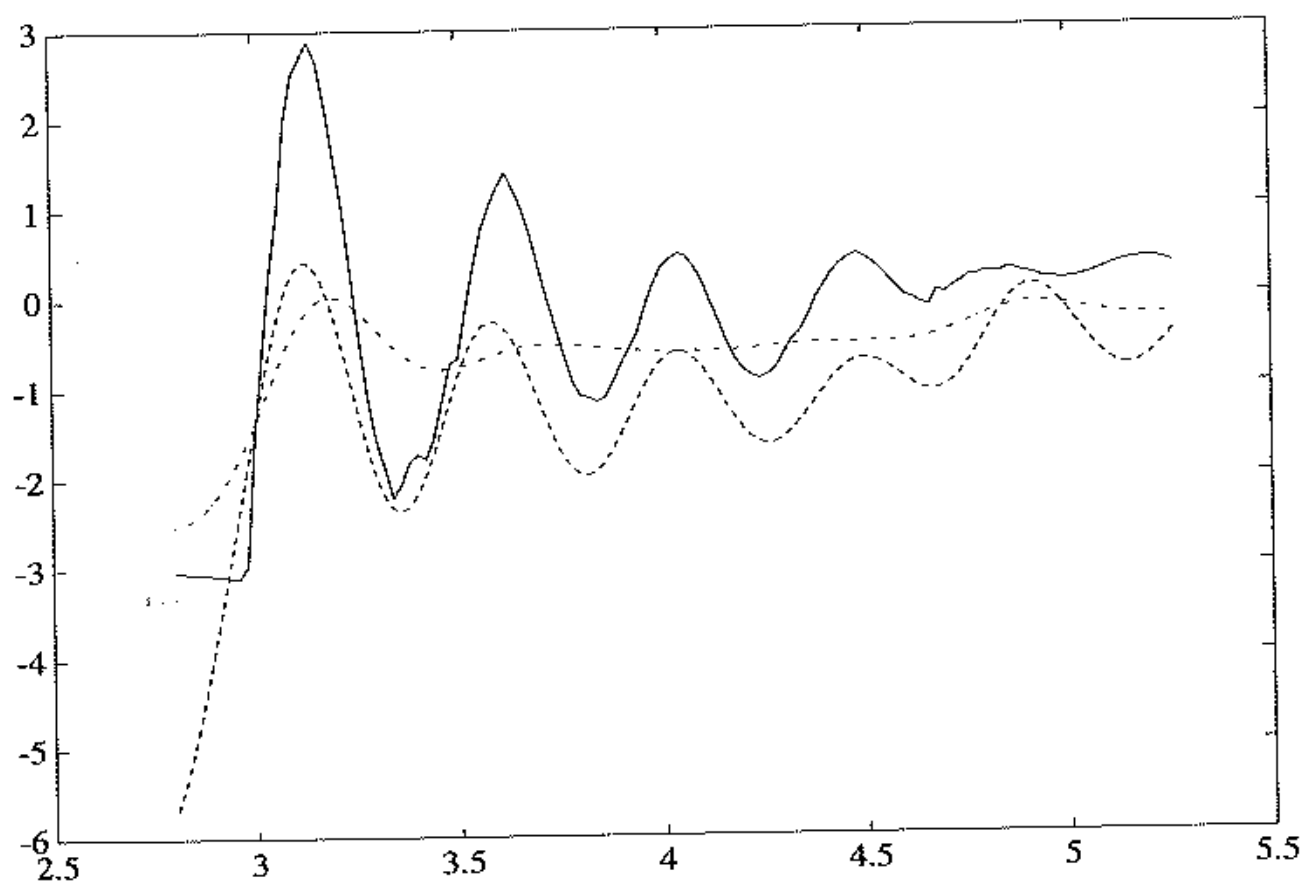
Figur 14.5: Insamlade data från hydraulkranen. överst: Trycket i hydraulcylinder. Nederst: Ventilläget. Tidsskala: Sekunder. Samplingsintervall 0.02 sek. Medelvärden har först subtraherats.



Figur 14.6: Data i figur 14.5 filtrerade genom ett 10:e ordningens butterworthfilter med passband mellan 7.5 och 22.5 rad/sek.



Figur 14.7: Bodediagram för de skattade modellerna. Heldraget: ARX-modell ( $n_a = 2, n_b = 1, n_k = 1$ ) för ofiltrerade data. Streckat: Data för filtrerade data.



Figur 14.8: Heldraget: Uppmätt tryck. Streckat: Simulerat tryck, enligt modellen baserad på filtrerade data. Streckprickat: Dito för modellen från ofiltrerade data.

## Val av modellstruktur (14.4)

- ARX
  - Enklast att skatta.
  - Störningsmodellen ges av  $(1/A(q))$ .
- ARMAX
  - C-polynomet ger extra flexibilitet för att hantera störningsmodellen.
- OE
  - Beskriver systemets dynamik separat. Slösar inga parametrar på störningsmodellen.
  - Minimieringen av förlustfunktionen kan vara känslig.
- BJ
  - Den kompletta modellen. ”Sista utväg”.

## Modellvalidering (14.5)

En ovaliderad model är i princip värdelös!

- Jämför modellens förmåga att prediktera data.  
OBS: En högre modellordning eller mera komplex struktur ger alltid ett lägre värde på förlustfunktionen på data som modellen kalibrerats för.
- Overfit= modellen anpassas till specifika störningar i data

## Korsvalidering

Använd två data set:

- Kalibreringsdata: används för att skatta modellparametrar
- Validation data; används för att utvärdera modellens prediktionsförmåga på “färska” data.

Princip:

**Välj den modell/modellordning som bäst (eller tillräckligt bra) beskriver valideringsdata.**

Nackdel: All data används inte för kalibrering.

Om endast ett data-set finns tillgängligt används olika kriterier som straffar antalet parametrar i modellen.

Typiskt kriterium:

Akaikes informationskriterium (AIC).

Välj den modellordning  $d$  som minimerar:

$$\left(1 + \frac{2d}{N}\right) \sum_{t=1}^N \epsilon^2(t, \theta)$$



## Residualanalys

- Residualerna  $\epsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t|\hat{\theta}_N)$  skall vara oberoende av insignalen om modellen beskriver systemdynamiken fullständigt. Statistiska tester kan användas för att testa om

$$\hat{R}_{\epsilon u}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \epsilon(t + \tau) u(t)$$

är tillräckligt nära noll.

- För modeller där störningsdynamiken skattas (ej OE) skall residualerna vara vita. Detta testas genom att plotta:

$$\hat{R}_{\epsilon}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \epsilon(t + \tau) \epsilon(t)$$

- Läs vidare på sid 367-368.

## Fler metoder för modellvalidering...

- Jämför frekvensegenskaper för olika modellordningar/modellklasser.
- Jämför Bodediagram för modellen med resultat från icke-parametriska identifieringsmetoder (spektralanalys).
- Plotta pol-nollställe diagram. Poler och nollställen nära varandra, *indikation* på för hög modellordning.