TENTAMEN: DEL A
Reglerteknik I 5hp

Tid: Fredag 10 juni 2011, kl. 8.00-13.00

Plats: Polacksbackens skrivsal

Ansvarig lärare: Hans Norlander, tel. 018-4713070. Hans kommer och svarar på frågor ungefär kl 10 och kl 12.

Tillåtna hjälpmedel: Kursboken (Glad-Ljung), miniräknare, Laplace-tabell och matematisk formelsamling.

Skrivningen består av två delar, del A och del B. För att bli godkänd på skrivningen krävs att man är godkänd på del A.
Del A omfattas av detta provhäfte (uppgifterna 1–3). För godkänt på del A krävs godkänt på varje uppgift.

Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: Godkänt på del A
Betyg 4: Godkänt på del A och minst 10 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)
Betyg 5: Godkänt på del A och minst 18 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)

OBS: Svar och lösningar/motiveringar ska skrivas på angiven plats i detta provhäfte, och provhäftet ska lämnas in.
Lösningarna ska vara tydliga och väl motiverade (om inget annat anges).

LYCKA TILL!

Tentamenskod (6 siffror)	(alt. namn och personnummer)
Utbildningsprogram	Termin och år då du först registrerades på kursen
Bordsnummer	Klockslag för inlämning

Resultat:

Uppg. 1	**Uppg. 2**	**Uppg. 3**	**Del A**
G/U	G/U	G/U	G/U

Uppgift 1 Ett system beskrivs av

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} x(t).$$

(a) Bestäm systemets viktfunktion $g(t)$. **Svar:**____________________________

Lösning:

(b) Systemet ovan ska styras med styrlagen $u(t) = -L\hat{x}(t) + my_{ref}(t)$, där $\hat{x}$ är en skattning av x som fås från en observatör. Bestäm L och m i styrlagen ovan så att det slutna systemet blir

$$Y(s) = mG_c(s)Y_{ref}(s) \quad \text{där} \quad mG_c(s) = \frac{8s+8}{s^2+4s+8}.$$

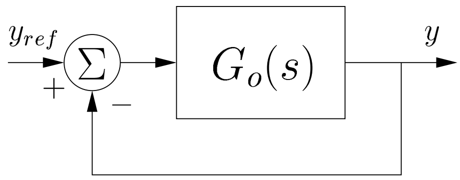
Svar:____

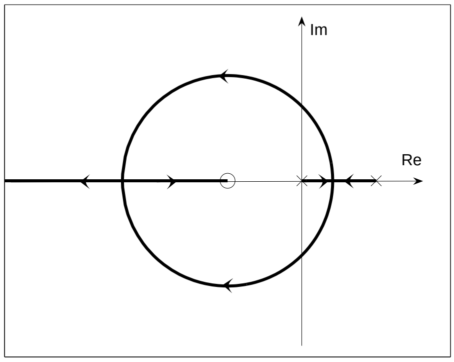
Lösning:

(c) När man konstruerar en observatör för systemet ovan, är det då möjligt att få vilka två observatörspoler man vill (t.ex. komplexkonjugerade)?
Svar:____________________________

Motivering:

Uppgift 2 Betrakta det återkopplade systemet i blockdiagrammet nedan. Kretsförstärkningen är $G_o(s) = K\frac{Q(s)}{P(s)}$, där $Q(s)$ och $P(s)$ är polynom. I





figuren till höger visas rotorten för det slutna systemets poler med avseende på $0 \leq K < \infty$.

Ringa in de ord/uttryck i rutorna som ger meningarna (i)–(v) nedan en korrekt innebörd. För godkänt på denna uppgift krävs **minst tre rätt**, och tillåts **högst ett fel!**

(i) Kretsförstärkningen $G_o(s)$ är $\boxed{\textit{stabil/instabil}}$.

(ii) Kretsförstärkningen $G_o(s)$ $\boxed{\textit{har/har inte}}$ integralverkan.

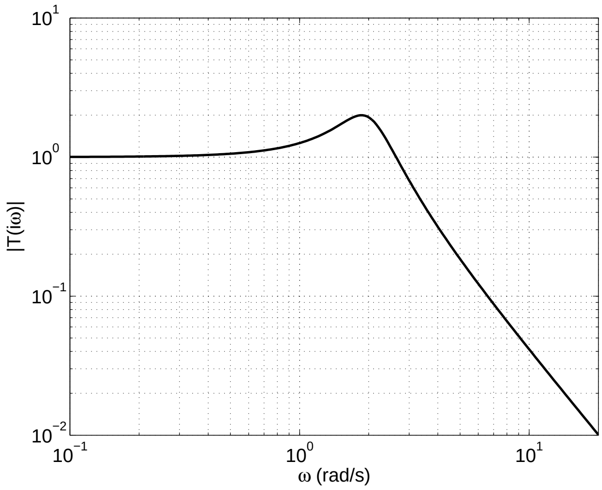
(iii) För tillräckligt stora värden på K är det slutna systemet $\boxed{\textit{stabilt/instabilt}}$.

(iv) Det finns värden på K sådana att $\lim_{t\to\infty}(y_{ref}(t) - y(t)) = C$, $|C| < \infty$, där $\boxed{C < 0 \ / \ C = 0 \ / \ C > 0}$ när y_{ref} är ett steg.

(v) Det $\boxed{\textit{finns/finns inga}}$ värden på K sådana att det slutna systemets stegsvar får en tydlig översläng.

Ev. motiveringar (ej nödvändiga):

Uppgift 3 Ett återkopplat system är utformat utifrån *modellen* $Y(s) = G(s)U(s)$ så att den komplementära känslighetsfunktionen $T(s)$ (baserad på modellen) är stabil. Figuren nedan visar beloppkurvan för den komplementära känslighetsfunktionen, d.v.s. $|T(i\omega)|$ för $0 \leq \omega < \infty$.



(a) Här är $T(i2) = -i1.932$. Ange vad motsvarande värde är för känslighetsfunktionen, d.v.s. bestäm $S(i2)$. **Svar:**________________________

Lösning:

(b) Det *verkliga* systemet avviker dock från modellen, och kan skrivas som $G^0(s) = G(s)(1 + \Delta_G(s))$, där $G(s)$ (som tidigare) är modellen och $\Delta_G(s)$ är det *relativa modellfelet*. Man vet att $|\Delta_G(i\omega)| < 0.25$ för alla ω. Vad kan man säga om stabiliteten hos det *verkliga* återkopplade systemet? **Ringa in** rätt alternativ:

Går ej att avgöra *Det är stabilt* *Det är instabilt*

Motivering:

Vid behov kan du fortsätta dina lösningar/motiveringar på detta ark. Markera tydligt vilken uppgift som avses.

Lösningar till tentamen i Reglerteknik I 5hp 2011-06-10

1. (a) Systemet står på styrbar kanonisk form $\Longrightarrow$ vi får genast att

$$G(s) = \frac{2s+2}{s^2+2s+1} = \frac{2(s+1)}{(s+1)^2} = \frac{2}{s+1} \quad \Longrightarrow \quad g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = 2e^{-t}.$$

(b) Med tillståndsåterkoppling (med eller utan observatör) blir det slutna systemet $mG_c(s) = \frac{mb(s)}{p(s)}$, där $b(s)$ är öppna systemets täljarpolynom och $p(s) = \det(sI - A + BL)$. Från (a) har vi att $b(s) = 2s + 2$. Vidare är

$$\det(sI - A + BL) = \det \begin{bmatrix} s+2+l_1 & 1+l_2 \\ -1 & s \end{bmatrix} = s^2 + (2+l_1)s + 1 + l_2.$$

Det önskade polpolynomet är $s^2 + 4s + 8$, och identifiering av koefficienter ger då $l_1 = 2$ och $l_2 = 7$. Vi får $mG_c(s) = \frac{m(2s+2)}{s^2+4s+8}$, och följaktligen ska vi välja $m = 4$ och $L = \begin{bmatrix} 2 & 7 \end{bmatrix}$.
(c) För detta krävs att systemet är observerbart (resultat 9.2). Här blir observerbarhetsmatrisen

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix},$$

och den har inte full rang, så systemet är inte observerbart. Alltså är svaret nej!

2. Det slutna systemets poler ges av $0 = 1 + G_o(s) = 1 + K\frac{Q(s)}{P(s)} \Longleftrightarrow 0 = P(s) + KQ(s)$. Rotortens startpunkter (kryss) ($\Leftrightarrow P(s) = 0$) är kretsförstärkningens poler.
(i) Kretsförstärkningen är *instabil* — en startpunkt i HHP.
(ii) Kretsförstärkningen *har* integralverkan — en startpunkt i origo.
(iii) För stora värden på K är slutna systemet *stabilt* — rotortens två grenar går från HHP in i VHP.
(iv) Det finns värden på K sådana att $\lim_{t\to\infty} e(t) = C$ *där* $C = 0$ — kretsförstärkningen har ju integralverkan.
(v) Det *finns* värden på K som ger översläng — när rotorten precis gått in i VHP är den relativa dämpningen liten $\Rightarrow$ svängigt system, stor översläng.

3. (a) $T(s) + S(s) = 1$ gäller för alla $s \Longrightarrow S(i2) = 1 - T(i2) = 1 + i1.932$.
(b) Resultat 6.2: Slutna systemet stabilt om

$$|\Delta_G(i\omega)| < \frac{1}{|T(i\omega)|} \quad \Longleftrightarrow \quad |T(i\omega)| < \frac{1}{|\Delta_G(i\omega)|} \quad \forall\omega.$$

Här vet vi att $|\Delta_G(i\omega)| < 0.25$, d.v.s. $\frac{1}{|\Delta_G(i\omega)|} > 4$, och från Bodediagrammet får vi att $|T(i\omega)| \leq 2$. Villkoret är uppfyllt och det slutna systemet är alltså garanterat stabilt.