TENTAMEN: DEL A
Reglerteknik I 5hp

Tid: Lördag 30 augusti 2014, kl. 9.00-12.00

Plats: Bergsbrunnagatan 15, sal 1

Ansvarig lärare: Hans Norlander

Tillåtna hjälpmedel: Kursboken (Glad-Ljung), miniräknare, Laplace-tabell och matematisk formelsamling.

Examinationen består av två delar, del A och del B. För att bli godkänd krävs att man är godkänd på del A, och för detta krävs godkänt på varje uppgift. Del B är frivillig och ges endast vid ordinarie tentatillfällen (vid respektive kurstillfällen).

Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: Godkänt på del A
Betyg 4: Godkänt på del A och minst 10 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)
Betyg 5: Godkänt på del A och minst 18 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)

OBS: Svar och lösningar/motiveringar ska skrivas på angiven plats i detta provhäfte, och provhäftet ska lämnas in.
Lösningarna ska vara tydliga och väl motiverade (om inget annat anges).

LYCKA TILL!

Tentamenskod (alt. namn och personnummer)	
Utbildningsprogram	Termin och år då du först registrerades på kursen
Bordsnummer	Klockslag för inlämning

Resultat:

Uppg. 1	**Uppg. 2**	**Uppg. 3**	**Del A**
G/U	G/U	G/U	G/U

Uppgift 1 Betrakta systemet med tillståndsbeskrivningen

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} u(t), \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x(t).\end{aligned}$$

(a) Ange systemets viktfunktion. **Svar:**____________________

Lösning:

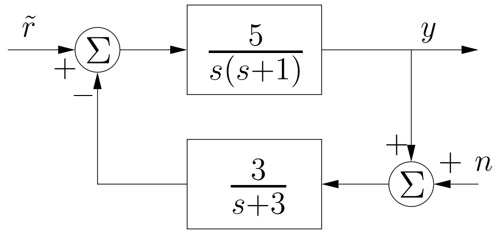
(b) Vad blir systemets statiska förstärkning? **Svar:**____________________

Lösning:

(c) Konstruera en observatör sådan att observatörspolerna hamnar i punkterna -6 och -7.

Svar och lösning:

Uppgift 2 Blockschemat nedan visar ett återkopplat system.



(a) Det återkopplade systemet kan skrivas som

$$Y(s) = G_1(s)\tilde{R}(s) + G_2(s)N(s),$$

där $Y(s)$, $\tilde{R}(s)$ och $N(s)$ är Laplacetransformerna av y, $\tilde{r}$ respektive n. Bestäm överföringsfunktionerna $G_1(s)$ och $G_2(s)$.

Svar och lösning:

(b) Vad blir känslighetsfunktionen $S(s)$ för det återkopplade systemet?

Svar:______________________________

Lösning:

(c) Avgör huruvida det återkopplade systemet är stabilt eller inte.

Svar:______________________

Lösning:

Uppgift 3 Betrakta de fyra system som har följande överföringsfunktioner:

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1} \qquad G_2(s) = \frac{10}{s^2+s+10}$$
$$G_3(s) = \frac{10}{s+10} \qquad G_4(s) = \frac{10}{s^2+1.4s+1}$$

(a) Ange vilket av systemen G_1–G_4 vars stegsvar har kortast stigtid.

Svar:____________________

Motivering:

(b) Ange vilket av systemen G_1–G_4 vars stegsvar har störst översläng.

Svar:____________________

Motivering:

(c) Ange vilket av systemen G_1–G_4 som har störst statisk förstärkning.

Svar:____________________

Motivering:

Vid behov kan du fortsätta dina lösningar/motiveringar på detta ark. Markera tydligt vilken uppgift som avses.

Lösningar till tentamen i Reglerteknik I 5hp, del A 2014-08-30

1. (a) Utnyttja att $g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)]$. Här blir

$$G(s) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+3 & 0 \\ 0 & s+5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \frac{3}{s+3} - \frac{2}{s+5} \quad \Leftrightarrow \quad g(t) = 3e^{-3t} - 2e^{-5t}.$$

(Det går också bra att använda $g(t) = Ce^{At}B$.)
(b) Den statiska förstärkningen är $G(0) = 3/3 - 2/5 = 3/5 = 0.6$.
(c) Observatören är $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$, och observatörspolerna ges av $0 = \det(sI - A + KC)$. Här blir

$$\det(sI - A + KC) = \det \begin{bmatrix} s+3+k_1 & k_1 \\ k_2 & s+5+k_2 \end{bmatrix} = s^2 + (8 + k_1 + k_2)s + 15 + 5k_1 + 3k_2.$$

Önskat observatörspolynom är $(s+6)(s+7) = s^2 + 13s + 42$. Identifiering av koefficienter ger:

$$\begin{cases} 8 + k_1 + k_2 & = 13, \\ 15 + 5k_1 + 3k_2 & = 42, \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} k_1 & = 6, \\ k_2 & = -1. \end{cases}$$

Observatören blir

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix} \left(y - \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \hat{x} \right).$$

2. (a) Vi har

$$Y(s) = \frac{5}{s(s+1)} \left(\tilde{R}(s) - \frac{3}{s+3}(N(s) + Y(s)) \right) \quad \Leftrightarrow$$
$$\left(1 + \frac{5}{s(s+1)} \cdot \frac{3}{s+3} \right) Y(s) = \frac{5}{s(s+1)} \tilde{R}(s) - \frac{5}{s(s+1)} \cdot \frac{3}{s+3} N(s)$$

$$\Leftrightarrow \quad Y(s) = \frac{\frac{5}{s(s+1)}}{1 + \frac{15}{s(s+1)(s+3)}} \tilde{R}(s) - \frac{\frac{15}{s(s+1)(s+3)}}{1 + \frac{15}{s(s+1)(s+3)}} N(s)$$
$$= \underbrace{\frac{5(s+3)}{s(s+1)(s+3) + 15}}_{=G_1(s)} \tilde{R}(s) + \underbrace{\frac{-15}{s(s+1)(s+3) + 15}}_{=G_2(s)} N(s).$$

(b) Känslighetsfunktionen är $S(s) = \frac{1}{1 + G_o(s)}$, och kretsförstärkningen är här $G_o(s) = \frac{5}{s(s+1)} \cdot \frac{3}{s+3}$

$$\Rightarrow \quad S(s) = \frac{1}{1 + \frac{15}{s(s+1)(s+3)}} = \frac{s(s+1)(s+3)}{s(s+1)(s+3) + 15}.$$

(c) Slutna systemets polpolynom är $s(s+1)(s+3)+15 = s^3+4s^2+3s+15$. Använd Rouths algoritm för att undersöka stabiliteten:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 3 & 0 \\ 4 & 15 & 0 \\ -0.75 & 0 & \\ 15 & & \end{array}$$

Enligt Rouths sats har slutna systemet två poler i HHP (ty två teckenväxlingar) $\Rightarrow$ instabilt.

3. **(a)** Stigtiden blir mindre ju längre från origo polerna ligger — en tumregel som gäller i högsta grad för första ordningens system och andra ordningens system med komplexvärda poler, som i detta fall. För komplexa poler är nämnarpolynomet $s^2+2\zeta\omega_0 s+\omega_0^2$ en standardform, där ω_0 är avståndet till origo och ζ är den relativa dämpningen. Här har G_1 och G_4 avståndet ett, G_2 avståndet $\sqrt{10}$ och G_3 har avståndet 10. Kortast stigtid har alltså G_3.
(b) Översläng $\Rightarrow$ komplexa poler $\Rightarrow$ bara G_2 och G_4 kommer i fråga. Ju mindre ζ desto högre översläng. För G_2 är $\zeta = 1/2\sqrt{10} \approx 0.16$, för G_4 är $\zeta = 0.7$. Alltså har G_2 högst översläng.
(c) Statiska förstärkningen fås för $s=0$. $G_1(0) = G_2(0) = G_3(0) = 1$ och $G_4(0) = 10$. Alltså har G_4 högst statisk förstärkning.