TENTAMEN: DEL A
Reglerteknik I 5hp

Tid: Torsdag 13 juni 2013, kl. 14.00-17.00

Plats: Polacksbackens skrivsal

Ansvarig lärare: Hans Norlander, tel. 018-4713070.

Tillåtna hjälpmedel: Kursboken (Glad-Ljung), miniräknare, Laplace-tabell och matematisk formelsamling.

Examinationen består av två delar, del A och del B. För att bli godkänd krävs att man är godkänd på del A, och för detta krävs godkänt på varje uppgift. Del B är frivillig och ges endast vid ordinarie tentatillfällen (vid respektive kurstillfällen).

Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: Godkänt på del A
Betyg 4: Godkänt på del A och minst 10 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)
Betyg 5: Godkänt på del A och minst 18 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)

OBS: Svar och lösningar/motiveringar ska skrivas på angiven plats i detta provhäfte, och provhäftet ska lämnas in.
Lösningarna ska vara tydliga och väl motiverade (om inget annat anges).

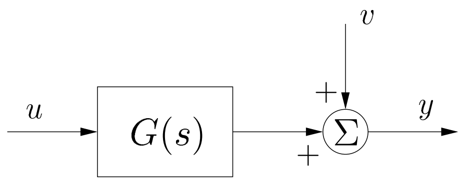
LYCKA TILL!

Tentamenskod (alt. namn och personnummer)	
Utbildningsprogram	Termin och år då du först registrerades på kursen
Bordsnummer	Klockslag för inlämning

Resultat:

Uppg. 1	**Uppg. 2**	**Uppg. 3**	**Del A**
G/U	G/U	G/U	G/U

Uppgift 1 I blockschemat nedan är u insignal, y utsignal och v en mätbar störning. Reglerfelet är $e = y_{ref} - y$.



(a) Nedan listas några styrlagar som skulle kunna användas på systemet i blockschemat samt benämningar för några vanligt förekommande reglerprinciper. **Para ihop** benämningarna med korrekt styrlag.

Benämning			**Styrlag**
PI-reglering	∘	∘	$u(t) = e(t) + 2\frac{de}{dt}$
Tillståndsåterkoppling	∘	∘	$U(s) = \left(1 + \frac{2}{s}\right) E(s)$
Framkoppling	∘	∘	$U(s) = -2V(s)$
PD-reglering	∘	∘	$u(t) = -Lx(t) + my_{ref}(t)$

Ev. motiveringar (ej nödvändiga):

(b) Anta att systemet i blockschemat ovan styrs med återkopplingen

$$U(s) = F(s)(Y_{ref}(s) - Y(s)).$$

Överföringsfunktionen från v till y för det slutna systemet har en speciell benämning. **Ringa in** den korrekta benämningen nedan.

kretsförstärkning *viktfunktion* *känslighetsfunktion* *frekvenssvar*

Ange överföringsfunktionen från v till y för det slutna systemet, uttryckt i $G(s)$ och $F(s)$. **Svar:**____________________

Lösning:

Uppgift 2 Ett system har tillståndsbeskrivningen

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t).$$

(a) Avgör huruvida tillståndsbeskrivningen är en *minimal realisation* eller inte. **Svar:**____________________

Motivering:

(b) Ange systemets överföringsfunktion. **Svar:**____________________

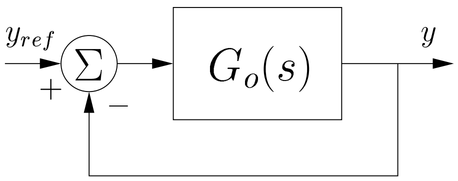
Lösning:

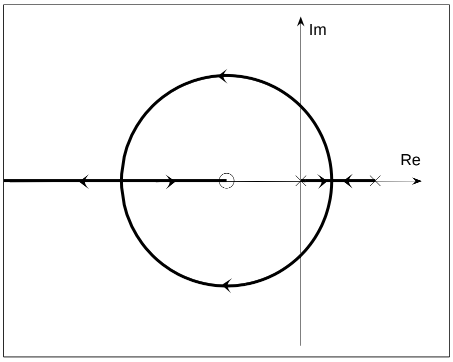
(c) Systemet styrs med tillståndsåterkoppling, $u(t) = -L\hat{x}(t) + my_{ref}(t)$, där $\hat{x}(t)$ fås från en observatör. Bestäm L och m i tillståndsåterkopplingen så att det slutna systemet får polerna $-2 \pm i2$, och statisk förstärkning lika med ett från y_{ref} till y.

Svar:__________________________________

Lösning:

Uppgift 3 Betrakta det återkopplade systemet i blockdiagrammet nedan. Kretsförstärkningen är $G_o(s) = K\frac{Q(s)}{P(s)}$, där $Q(s)$ och $P(s)$ är polynom. I





figuren till höger visas rotorten för det slutna systemets poler med avseende på $0 \leq K < \infty$.
Ringa in de ord/uttryck i rutorna som ger meningarna (i)–(v) nedan en korrekt innebörd. För godkänt på denna uppgift krävs **minst tre rätt**, och tillåts **högst ett fel!**

(i) Kretsförstärkningen $G_o(s)$ $\boxed{\textit{har/har inte}}$ integralverkan.

(ii) Kretsförstärkningen $G_o(s)$ är $\boxed{\textit{stabil/instabil}}$.

(iii) För tillräckligt stora värden på K är det slutna systemet $\boxed{\textit{stabilt/instabilt}}$.

(iv) Det $\boxed{\textit{finns/finns inga}}$ värden på K sådana att det slutna systemets stegsvar får en tydlig översläng.

(v) Det finns värden på K sådana att $\lim_{t\to\infty}(y_{ref}(t) - y(t)) = C$, $|C| < \infty$, där $\boxed{C < 0 \ / \ C = 0 \ / \ C > 0}$ när y_{ref} är ett steg.

Ev. motiveringar (ej nödvändiga):

Vid behov kan du fortsätta dina lösningar/motiveringar på detta ark. Markera tydligt vilken uppgift som avses.

Lösningar till tentamen i Reglerteknik I 5hp, del A 2013-06-13

1. **(a)** Korrekt ihopparning är

$$\begin{aligned}
\text{PI-reglering} &\leftrightarrow U(s) = \left(1+\tfrac{2}{s}\right)E(s)\\
\text{Tillståndsåterkoppling} &\leftrightarrow u(t) = -Lx(t) + my_{ref}(t)\\
\text{Framkoppling} &\leftrightarrow U(s) = -2V(s)\\
\text{PD-reglering} &\leftrightarrow u(t) = e(t) + 2\tfrac{de}{dt}
\end{aligned}$$

(b) För slutna systemet gäller

$$Y(s) = \frac{F(s)G(s)}{1+F(s)G(s)}Y_{ref}(s) + \frac{1}{1+F(s)G(s)}V(s),$$

så överföringsfunktionen $v \to y$ är $\frac{1}{1+F(s)G(s)} = S(s)$, vilken benämns som *känslighetsfunktionen.*

2. **(a)** Resultat 8.11: Minimal realisation $\Leftrightarrow$ både styrbart och observerbart. Styrbarhets- och observerbarhetsmatriserna är

$$\mathcal{S} = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix},$$

och båda har full rang. Resultat 8.8 & 8.9 $\Rightarrow$ både styrbart och observerbart. Alltså är det en minimal realisation.

(b) Överföringsfunktionen är

$$G(s) = C(sI-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+1 & 2 \\ -2 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{2}{s^2+2s+5}.$$

(c) Det slutna systemet blir $Y(s) = G_c(s)mY_{ref}(s)$, med $G_c(s) = C(sI - A + BL)^{-1}B = \frac{b(s)}{p(s)}$, där $b(s)$ är det öppna systemets täljarpolynom, dvs $b(s) = 2$ här, och $p(s) = \det(sI - A + BL)$ är slutna systemets polpolynom. Detta gäller oavsett om observatör används eller inte. Önskat polpolynom är $(s+2)^2 + 2^2 = s^2 + 4s + 8$.

$$\det(sI - A + BL) = \det \begin{bmatrix} s+1+l_1 & 2+l_2 \\ -2 & s+1 \end{bmatrix} = s^2 + (2+l_1)s + 5 + l_1 + 2l_2.$$

Identifiering av koefficienter ger $L = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0.5 \end{bmatrix}$. Vill ha statisk förstärkning lika med ett, dvs $1 = G_c(0)m = \frac{2m}{8} \Rightarrow$ välj $m = 4$.

3. Det slutna systemets poler ges av $0 = 1 + G_o(s) = 1 + K\frac{Q(s)}{P(s)} \iff 0 = P(s) + KQ(s)$. Rotortens startpunkter (kryss) ($\Leftrightarrow P(s) = 0$) är kretsförstärkningens poler.

(i) Kretsförstärkningen *har* integralverkan — en startpunkt i origo.

(ii) Kretsförstärkningen är *instabil* — en startpunkt i HHP.

(iii) För stora värden på K är slutna systemet *stabilt* — rotortens två grenar

går från HHP in i VHP.
(iv) Det *finns* värden på K som ger översläng — när rotorten precis gått in i VHP är den relativa dämpningen liten $\Rightarrow$ svängigt system, stor översläng.
(v) Det finns värden på K sådana att $\lim_{t\to\infty} e(t) = C,\ där\ C = 0$ — kretsförstärkningen har ju integralverkan.