TENTAMEN: DEL A
Reglerteknik I 5hp

Tid: Fredag 25 oktober 2013, kl. 8.00-11.00

Plats: Magistern

Ansvarig lärare: Hans Norlander, tel. 018-4713070.

Tillåtna hjälpmedel: Kursboken (Glad-Ljung), miniräknare, Laplace-tabell och matematisk formelsamling.

Examinationen består av två delar, del A och del B. För att bli godkänd krävs att man är godkänd på del A, och för detta krävs godkänt på varje uppgift. Del B är frivillig och ges endast vid ordinarie tentatillfällen (vid respektive kurstillfällen).

Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: Godkänt på del A
Betyg 4: Godkänt på del A och minst 10 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)
Betyg 5: Godkänt på del A och minst 18 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)

OBS: Svar och lösningar/motiveringar ska skrivas på angiven plats i detta provhäfte, och provhäftet ska lämnas in.
Lösningarna ska vara tydliga och väl motiverade (om inget annat anges).

LYCKA TILL!

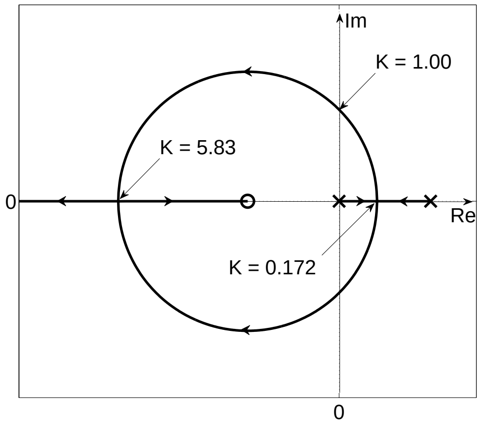
Tentamenskod (alt. namn och personnummer)	
Utbildningsprogram	Termin och år då du först registrerades på kursen
Bordsnummer	Klockslag för inlämning

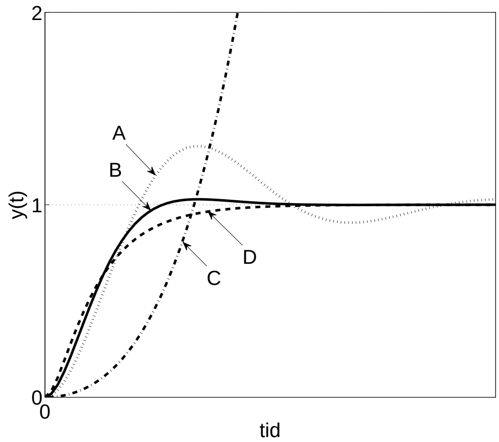
Resultat:

Uppg. 1	Uppg. 2	Uppg. 3	Del A
G/U	G/U	G/U	G/U

Uppgift 1

(a) I den vänstra figuren nedan visas rotorten för det slutna systemets poler hos ett återkopplat system, med avseende på en regulatorparameter $K \geq 0$. I den högra figuren visas stegsvaret för det slutna systemet för fyra olika värden på K. Det slutna systemet har formen $G_c(s) = \frac{b}{s^2+as+b}$.





Ringa in i tabellen nedan vilket av stegsvaren A, B, C och D som hör till respektive värde på parametern K. Motivera!

$K = 0.2$	A	B	C	D	$K = 2$	A	B	C	D
$K = 4$	A	B	C	D	$K = 8$	A	B	C	D

Motivering:

(b) Det slutna systemet, $Y(s) = G_c(s)Y_{ref}(s)$, har som sagt överföringsfunktionen $G_c(s) = \frac{b}{s^2+as+b}$. Hur stor är det slutna systemets *statiska förstärkning*?

Svar:____________________________

Lösning:

Uppgift 2 En enkel modell av ett fartygs girrörelser ges av tillståndsbeskrivningen[1]

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 50 \end{bmatrix} u(t), \qquad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t).$$

Här är insignalen, u, roderutslaget och utsignalen, y, fartygets kursvinkel.

(a) Bestäm *viktfunktionen* från u till y. **Svar:**______________________________

Lösning:

(b) Som en del av en autopilot vill man styra kursen med tillståndsåterkopplingen $u = -L\hat{x} + mr$, där $\hat{x}$ fås från en observatör. Bestäm vektorn L och skalären m i tillståndsåterkopplingen så att det slutna systemet blir

$$Y(s) = \frac{50}{s^2 + 10s + 50} R(s).$$

Svar:____________________________________

Lösning:

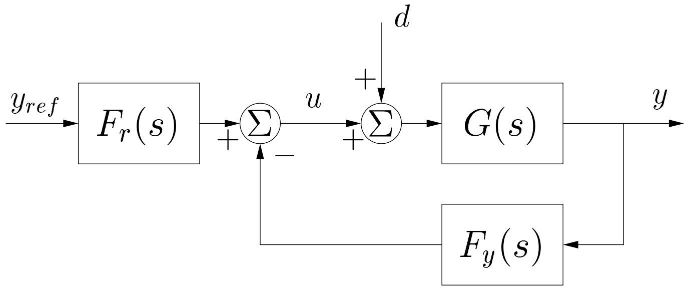
(c) I observatören har observatörsförstärkningen valts till $K = \begin{bmatrix} 9 & 29 \end{bmatrix}^T$. Vad blir observatörspolerna?

Svar:____________________________

Lösning:

[1] Här är tidsenheten minuter för att ge “snällare” siffror.

Uppgift 3 Ett generellt återkopplat (2DOF) system kan se ut som i blockschemat nedan. Så blir det t.ex. vid tillståndsåterkoppling med observatör,



som vid fartygsstyrningen i Uppgift 2. Här är d en laststörning (kan t.ex. motsvara strömt vatten vid fartygsstyrningen).

(a) Ange överföringsfunktionen från d till y för det *återkopplade* systemet i blockschemat ovan. Uttryck svaret i $G(s)$, $F_r(s)$ och $F_y(s)$.

Svar:______________________________

Lösning:

Känslighetsfunktionen $S(s)$ och den komplementära känslighetsfunktionen $T(s)$ har båda flera innebörder/tolkningar för ett återkopplat system.

(b) Ange känslighetsfunktionen $S(s)$ för det återkopplade systemet i blockschemat ovan, uttryckt i $G(s)$, $F_r(s)$ och $F_y(s)$.

Svar:______________________________

Lösning:

(c) Ge minst ett exempel på hur $S(s)$ och/eller $T(s)$ ger ett samband mellan det *relativa modellfelet* $\Delta_G(s) = (G^0(s) - G(s))/G(s)$ (där $G^0(s)$ är det verkliga systemet och $G(s)$ är modellen) och egenskaper hos det slutna systemet.

Svar:

Vid behov kan du fortsätta dina lösningar/motiveringar på detta ark. Markera tydligt vilken uppgift som avses.

Lösningar till tentamen i Reglerteknik I 5hp, del A 2013-10-25

1. (a) Stegsvaret C är instabilt och måste svara mot $K < 1.00$. Övriga stegsvar är stabila och svarar därför mot $K > 1.00$. Stegsvaret A har översläng, och det har även B, om än liten. Detta svarar mot komplexa poler, och för A är den relativa dämpningen ζ mindre än för B. Därför gäller $1.00 < K < 5.83$ för dessa, och K är större för B än för A. Stegsvaret D är helt dämpat, och svarar mot reella poler, dvs. $K \geq 5.83$. (Dessutom är D långsammare än B $\Leftrightarrow$ dominerande pol närmare origo.) Korrekt ihopparning är alltså:

$$K = 0.2 \leftrightarrow \text{C}, \quad K = 2 \leftrightarrow \text{A}, \quad K = 4 \leftrightarrow \text{B}, \quad K = 8 \leftrightarrow \text{D}$$

(b) Statiska förstärkningen $= G_c(0) = b/b = 1$.

2. (a) Viktfunktionen är $g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)]$, och

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s+5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 50 \end{bmatrix} = \frac{50}{s(s+5)}.$$

Laplacetabell ger då $g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{50}{s(s+5)}\right] = 50 \cdot \frac{1}{5}(1 - e^{-5t}) = 10(1 - e^{5t})$.

(b) Slutna systemet blir $mG_c(s) = \frac{mb(s)}{\alpha(s)}$, där $b(s)$ är öppna systemets täljare, dvs. $b(s) = 50$ här, och $\alpha(s) = \det(sI - A + BL)$. (Går också bra med $G_c(s) = C(sI - A + BL)^{-1}Bm$.) Här blir

$$\alpha(s) = \det\left\{ \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 50l_1 & 50l_2 \end{bmatrix} \right\} = \det \begin{bmatrix} s & -1 \\ 50l_1 & s + 5 + 50l_2 \end{bmatrix}$$
$$= s^2 + (5 + 50l_2)s + 50l_1.$$

Identifiering av koefficienter ger att $5 + 50l_2 = 10$ och $50l_1 = 50 \Leftrightarrow L = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \end{bmatrix}$. Vidare vill vi att $mb(s) = 50m = 50$, så välj $m = 1$.

(c) Observatörspolerna ges av

$$0 = \det(sI - A + KC) = \det\left\{ \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$
$$= \det \begin{bmatrix} s + k_1 & -1 \\ k_2 & s+5 \end{bmatrix} = s^2 + (5 + k_1)s + 5k_1 + k_2 = s^2 + 14s + 74,$$

där sista likheten följer av att $k_1 = 9$ och $k_2 = 29$. Observatörspolerna blir alltså $-7 \pm \sqrt{49 - 74} = -7 \pm i5$.

3. (a) Från blockschemat har vi att

$$Y(s) = G(s)\left(D(s) + F_r(s)Y_{ref}(s) - F_y(s)Y(s)\right)$$
$$\Leftrightarrow \quad Y(s) = \frac{G(s)F_r(s)}{1 + G(s)F_y(s)}Y_{ref}(s) + \frac{G(s)}{1 + G(s)F_y(s)}D(s),$$

så överföringsfunktionen från d till y är $\frac{G(s)}{1+G(s)F_y(s)}$.

(b) Enligt definition är $S(s) = \frac{1}{1+G_o(s)}$, och här är kretsförstärkningen $G_o(s) = G(s)F_y(s)$, så $S(s) = \frac{1}{1+G(s)F_y(s)}$.

(c) I kursen har vi gått igenom två sådana samband. Dels att $\Delta_y(s) = S(s)\Delta_G(s)$ (egentligen $S^0(s)$), dels resultat 6.2, som säger att om $T(s)$ är stabil, och om villkoret $|\Delta_G(i\omega)| < 1/|T(i\omega)|$, $\forall\omega$, är uppfyllt, så är även det verkliga slutna systemet stabilt. (Räcker att nämna ett av dessa samband.)