TENTAMEN: DEL A
Reglerteknik I 5hp

Tid: Tisdag 23 oktober 2012, kl. 14.00-17.00

Plats: Bergsbrunnagatan 15, sal 1

Ansvarig lärare: Hans Norlander, tel. 018-4713070. Hans kommer och svarar på frågor ungefär kl 15.30.

Tillåtna hjälpmedel: Kursboken (Glad-Ljung), miniräknare, Laplace-tabell och matematisk formelsamling.

Examinationen består av två delar, del A och del B. För att bli godkänd krävs att man är godkänd på del A, och för detta krävs godkänt på varje uppgift. Del B är frivillig och ges endast vid ordinarie tentatillfällen (vid respektive kurstillfällen).

Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: Godkänt på del A
Betyg 4: Godkänt på del A och minst 10 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)
Betyg 5: Godkänt på del A och minst 18 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)

OBS: Svar och lösningar/motiveringar ska skrivas på angiven plats i detta provhäfte, och provhäftet ska lämnas in.
Lösningarna ska vara tydliga och väl motiverade (om inget annat anges).

LYCKA TILL!

Tentamenskod	(alt. namn och personnummer)
Utbildningsprogram	Termin och år då du först registrerades på kursen
Bordsnummer	Klockslag för inlämning

Resultat:

Uppgg. 1	Uppgg. 2	Uppgg. 3	Del A
G/U	G/U	G/U	G/U

Uppgift 1 En likströmsmotor har tillståndsbeskrivningen

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t).$$

(a) Ange systemets *styrbarhetsmatris* $\mathcal{S}$.

Svar:

(b) Avgör ifall tillståndsbeskrivningen är en *minimal realisation* eller inte.
Svar:____________________

Motivering:

(c) Man vill styra likströmsmotorn med tillståndsåterkoppling, men man kan bara mäta utsignalen y. Konstruera en observatör för likströmsmotorn ovan som skattar tillståndsvektorn x så att observatörspolerna hamnar i -3 (en dubbelpol).

Lösning:

Uppgift 2 Känslighetsfunktionen $S(s)$ och den komplementära känslighetsfunktionen $T(s)$ definieras ju utifrån kretsförstärkningen $G_o(s)$ som

$$S(s) \triangleq \frac{1}{1+G_o(s)}, \qquad T(s) \triangleq \frac{G_o(s)}{1+G_o(s)}.$$

$S(s)$ och $T(s)$ har flera tolkningar och innebörder för det återkopplade systemet. T.ex. är de (eller igår i) överföringsfunktioner från olika störningar.

(a) Det finns flera skäl att till att vilja hålla $S(s)$ och $T(s)$ så små som möjligt. Detta är dock ett icke-trivialt problem. Förklara varför det är omöjligt att få både $|S(i\omega)| \leq 0.1$ och $|T(i\omega)| \leq 0.1$ för alla frekvenser ω (eller ens för ett enskilt ω).

Svar:

(b) Ett system med ändlig statisk förstärkning $G(0) = C \neq 0$ ska styras med återkopplingen $U(s) = F(s)(Y_{ref}(s) - Y(s))$. **Ringa in** den regulatortyp (av nedan uppräknade typer) som ger känslighetsfunktionen statisk förstärkning lika med noll, d.v.s. $S(0) = 0$:

P-regulator, PI-regulator, PD-regulator

Motivering:

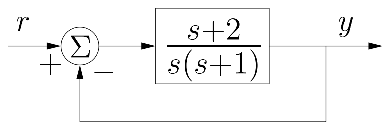
(c) Utifrån *modellen* $G(s)$ konstruerar man en regulator sådan att slutna systemet (för modellen) är stabilt och $|T(i\omega)| \leq 1.5$ för alla ω. Det *verkliga systemet* är $G^0(s) = G(s)(1+\Delta_G(s))$ och man vet att $|\Delta_G(i\omega)| < 0.6$ för alla ω. Vad kan man säga om det *verkliga* slutna systemets stabilitet? **Ringa in** rätt alternativ nedan.

Det är stabilt. Går ej att avgöra. Det är instabilt.

Motivering:

Uppgift 3

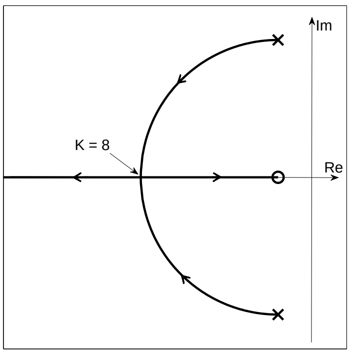
(a) I blockdiagrammet nedan visas ett återkopplat system. Ange *polerna* och

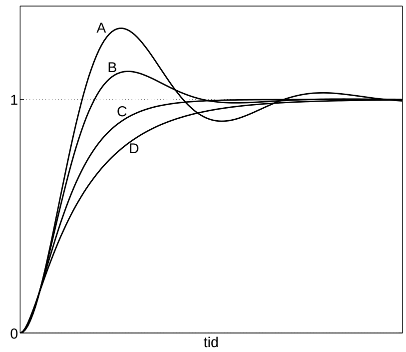


nollställena för överföringsfunktionen från r till y. **Svar:**____________________

Lösning:

(b) I den vänstra figuren nedan visas rotorten för det slutna systemets poler hos ett återkopplat system, med avseende på en regulatorparameter $K \geq 0$. I den högra figuren visas stegsvaret för det slutna systemet för fyra olika värden på K. Det slutna systemet har formen $G_c(s) = \frac{b}{s^2+as+b}$.





Ringa in i tabellen nedan vilket av stegsvaren A, B, C och D som hör till respektive värde på parametern K. Motivera!

$K = 1$	A	B	C	D	$K = 3$	A	B	C	D
$K = 8$	A	B	C	D	$K = 15$	A	B	C	D

Motivering:

Vid behov kan du fortsätta dina lösningar/motiveringar på detta ark. Markera tydligt vilken uppgift som avses.

Lösningar till tentamen i Reglerteknik I 5hp, del A 2012-10-23

1. (a)

$$\mathcal{S} = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) Minimal realisation $\Leftrightarrow$ systemet är *både* styrbart och observerbart (Resultat 8.11). Systemet står på observerbar kanonisk form (Resultat 8.2) och är därmed observerbart (Resultat 8.10). Styrbarhetsmatrisen $\mathcal{S}$ har full rang och därför är systemet styrbart (Resultat 8.8). Alltså är det en minimal realisation.

(c) En observatör har formen

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}),$$

och observatörspolerna ges av $0 = \det(sI - A + KC)$. Här blir

$$\det(sI - A + KC) = \det \begin{bmatrix} s+1+k_1 & -1 \\ k_2 & s \end{bmatrix} = s^2 + (1+k_1)s + k_2.$$

Det önskade observatörpolynomet är $(s+3)^2 = s^2 + 6s + 9$. Identifiering av koefficienter ger $k_1 = 5$ och $k_2 = 9$. Observatören blir alltså

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \end{bmatrix} \left(y - \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{x} \right).$$

2. (a)

$$S(s) + T(s) \equiv 1 \quad \Rightarrow \quad 1 = |S(i\omega) + T(i\omega)| \leq |S(i\omega)| + |T(i\omega)|$$

(b) För att få $S(0) = 0$ krävs att $G_o(s) = F(s)G(s)$ har en pol i origo, d.v.s. integralverkan. Eftersom $G(s)$ inte har det måste $F(s)$ ha det. Alltså krävs en PI-regulator.

(c) Använd Resultat 6.2:

$$|T(i\omega)| \leq 1.5 < \frac{1}{0.6} < \frac{1}{|\Delta_G(i\omega)|} \quad \Rightarrow \quad \text{Garanterat stabilt!}$$

3. (a) Från blockdiagrammet får vi

$$Y(s) = \frac{s+2}{s(s+1)}(R(s) - Y(s)) \quad \Leftrightarrow \quad Y(s) = \frac{\frac{s+2}{s(s+1)}}{1 + \frac{s+2}{s(s+1)}} R(s) = \frac{s+2}{s(s+1)+s+2} R(s)$$

Det är ett nollställe i -2. Polerna ges av $0 = s(s+1) + s + 2 = s^2 + 2s + 2$ $\Rightarrow$ poler i $-1 \pm i$.

(b) Stegsvaren A och B har översläng $\Leftrightarrow$ komplexa poler, C och D är helt dämpade $\Leftrightarrow$ reella poler. A är mindre dämpat än B, d.v.s. har mindre relativ dämpning ζ. C är snabbare än D, så dess dominerande pol ligger längre från origo än D:s dominerande pol. Rotorten ger att polerna är komplexvärda för $K < 8$, och ζ ökar med K. För $K \geq 8$ är polerna reella, och den dominerande polen närmar sig origo när K ökar (går mot ändpunkten). Korrekt ihopparning är alltså:

$$K = 1 \leftrightarrow \text{A}, \quad K = 3 \leftrightarrow \text{B}, \quad K = 8 \leftrightarrow \text{C}, \quad K = 15 \leftrightarrow \text{D}$$