TENTAMEN: DEL A
Reglerteknik I 5hp

Tid: Måndag 18 mars 2013, kl. 8.00-11.00

Plats: Magistern

Ansvarig lärare: Hans Norlander, tel. 018-4713070. Hans kommer och svarar på frågor ungefär kl 9.30.

Tillåtna hjälpmedel: Kursboken (Glad-Ljung), miniräknare, Laplace-tabell och matematisk formelsamling.

Examinationen består av två delar, del A och del B. För att bli godkänd krävs att man är godkänd på del A, och för detta krävs godkänt på varje uppgift. Del B är frivillig och ges endast vid ordinarie tentatillfällen (vid respektive kurstillfällen).

Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: Godkänt på del A
Betyg 4: Godkänt på del A och minst 10 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)
Betyg 5: Godkänt på del A och minst 18 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)

OBS: Svar och lösningar/motiveringar ska skrivas på angiven plats i detta provhäfte, och provhäftet ska lämnas in.
Lösningarna ska vara tydliga och väl motiverade (om inget annat anges).

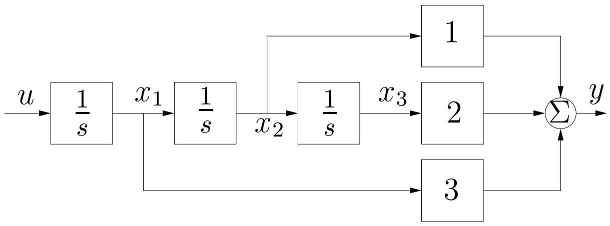
LYCKA TILL!

Tentamenskod	(alt. namn och personnummer)
Utbildningsprogram	Termin och år då du först registrerades på kursen
Bordsnummer	Klockslag för inlämning

Resultat:

Uppg. 1	**Uppg. 2**	**Uppg. 3**	**Del A**
G/U	G/U	G/U	G/U

Uppgift 1 Betrakta systemet i blockschemat nedan.



(a) Ställ upp tillståndsbeskrivningen för systemet med u som insignal, y som utsignal och $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$ som tillståndsvektor med x_1, x_2 och x_3 enligt blockschemat.

Svar:

(b) Systemet i blockschemat ovan styrs med proportionell återkoppling, $U(s) = K(Y_{ref}(s) - Y(s))$. Ange för vilka $K \in \mathbb{R}$ som det slutna systemet är stabilt. **Svar:**____________________

Motivering:

(c) En kropp med massan ett som rör sig i y-riktningen beskrivs av

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t), \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t), \end{aligned}$$

där u är ett yttre kraft och y är kroppens läge, vilket mäts. Konstruera en observatör med observatörspolerna i -1 och -2.

Lösning:

Uppgift 2 Betrakta de fyra system som har följande överföringsfunktioner:

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1} \qquad G_2(s) = \frac{10}{s^2+s+10}$$
$$G_3(s) = \frac{10}{s+10} \qquad G_4(s) = \frac{10}{s^2+1.4s+1}$$

(a) Ange vilket av systemen G_1–G_4 vars stegsvar har kortast stigtid.

Svar:____________________

Motivering:

(b) Ange vilket av systemen G_1–G_4 vars stegsvar har störst översläng.

Svar:____________________

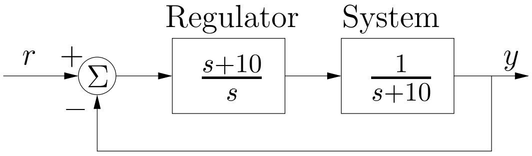
Motivering:

(c) Ange vilket av systemen G_1–G_4 som har störst statisk förstärkning.

Svar:____________________

Motivering:

Uppgift 3 I blockschemat nedan visas ett återkopplat system.



(a) Vad är det för sorts regulator som används? **Ringa in** rätt alternativ nedan:

P-regulator, PI-regulator, PD-regulator

Motivering:

(b) För det återkopplade systemet i blockschemat, vad blir kretsförstärkningen $G_o(s)$? **Svar:**____________________
Vad blir känslighetsfunktionen $S(s)$? **Svar:**____________________

Lösning:

(c) Känslighetsfunktionerna $S(s)$ och $T(s)$ har flera viktiga innebörder för det återkopplade systemet. Exempelvis finns det kopplingar mellan $S(s)$ och $T(s)$ och det relativa modellfelet $\Delta_G(s)$. (Det verkliga systemet $G^0(s)$ förhåller sig till modellen $G(s)$ som $G^0(s) = G(s)(1 + \Delta_G(s))$.)

Ange en sådan koppling mellan $\Delta_G(s)$ å ena sidan och $S(s)$ eller $T(s)$ å andra sidan, samt ge en kortfattad förklaring av innebörden.

Svar:

Vid behov kan du fortsätta dina lösningar/motiveringar på detta ark. Markera tydligt vilken uppgift som avses.

Lösningar till tentamen i Reglerteknik I 5hp, del A 2013-03-18

1. (a) Enligt blockschemat gäller

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= u, \\ \dot{x}_2 &= x_1, \\ \dot{x}_3 &= x_2, \\ y &= 3x_1 + x_2 + 2x_3 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} x. \end{cases}$$

Detta är styrbar kanonisk form!

(b) Eftersom systemet står på styrbar kanonisk form fås genast $G(s) = \frac{3s^2+s+2}{s^3} \Rightarrow G_o(s) = K\frac{3s^2+s+2}{s^3}$. Det slutna systemets poler ges av

$$0 = 1+G_o(s) = 1+K\frac{3s^2+s+2}{s^3} \quad \Leftrightarrow \quad 0 = s^3+K(3s^2+s+2) = s^3+3Ks^2+Ks+2K.$$

Använd Rouths algoritm:

$$\begin{array}{ccc} 1 & K & 0 \\ 3K & 2K & 0 \\ K-2/3 & 0 & \\ 2K & & \end{array}$$

För stabilitet krävs att $K > 2/3$.

(c) För en observatör, $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$, ges observatörspolerna av $0 = \det(sI - A + KC)$. Här är

$$\det(sI - A + KC) = \det \begin{bmatrix} s & k_1 \\ -1 & s + k_2 \end{bmatrix} = s^2 + k_2 s + k_1.$$

Det önskade observatörpolynomet är $(s+1)(s+2) = s^2+3s+2$. Identifiering av koefficienter ger att $K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}^T$.

2. (a) Stigtiden blir mindre ju längre från origo polerna ligger — en tumregel som gäller i högsta grad för första ordningens system och andra ordningens system med komplexvärda poler, som i detta fall. För komplexa poler är nämnarpolynomet $s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2$ en standardform, där ω_0 är avståndet till origo och ζ är den relativa dämpningen. Här har G_1 och G_4 avståndet ett, G_2 avståndet $\sqrt{10}$ och G_3 har avståndet 10. Kortast stigtid har alltså G_3.

(b) Översläng $\Rightarrow$ komplexa poler $\Rightarrow$ bara G_2 och G_4 kommer i fråga. Ju mindre ζ desto högre översläng. För G_2 är $\zeta = 1/2\sqrt{10} \approx 0.16$, för G_4 är $\zeta = 0.7$. Alltså har G_2 högst översläng.

(c) Statiska förstärkningen fås för $s = 0$. $G_1(0) = G_2(0) = G_3(0) = 1$ och $G_4(0) = 10$. Alltså har G_4 högst statisk förstärkning.

3. (a) $F(s) = \frac{s+10}{s} = 1 + \frac{10}{s}$, en proportionell del och en integrerande del. Alltså en PI-regulator.

(b) Kretsförstärkningen $G_o(s)$ är överföringsfunktionen från början av återkopplingsslingan till slutet av densamma. Här den alltså $G_o(s) = \frac{s+10}{s} \cdot \frac{1}{s+10} = \frac{1}{s}$. Känslighetsfunktionen är $S(s) = \frac{1}{1+G_o(s)} = \frac{s}{s+1}$.
(c) I kursen har två sådana samband getts, dels $\Delta_y(s) = S^0(s)\Delta_G(s)$, dels Resultat 6.2 som säger att om $T(s)$ är stabil och om $|T(i\omega)| < 1/|\Delta_G(i\omega)|$ för alla ω, så är även det verkliga slutna systemet ($T^0(s)$, $S^0(s)$ etc) stabilt. Det räcker att ange ett av dessa.