TENTAMEN: DEL A
Reglerteknik I 5hp

Tid: Fredag 14 mars 2014, kl. 8.00-11.00

Plats: Magistern

Ansvarig lärare: Hans Norlander, tel. 018-4713070.

Tillåtna hjälpmedel: Kursboken (Glad-Ljung), miniräknare, Laplace-tabell och matematisk formelsamling.

Examinationen består av två delar, del A och del B. För att bli godkänd krävs att man är godkänd på del A, och för detta krävs godkänt på varje uppgift. Del B är frivillig och ges endast vid ordinarie tentatillfällen (vid respektive kurstillfällen).

Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: Godkänt på del A
Betyg 4: Godkänt på del A och minst 10 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)
Betyg 5: Godkänt på del A och minst 18 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)

OBS: Svar och lösningar/motiveringar ska skrivas på angiven plats i detta provhäfte, och provhäftet ska lämnas in.
Lösningarna ska vara tydliga och väl motiverade (om inget annat anges).

LYCKA TILL!

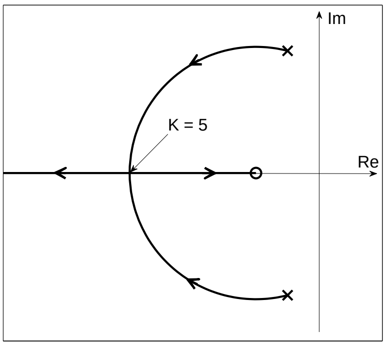
Tentamenskod (alt. namn och personnummer)	
Utbildningsprogram	Termin och år då du först registrerades på kursen
Bordsnummer	Klockslag för inlämning

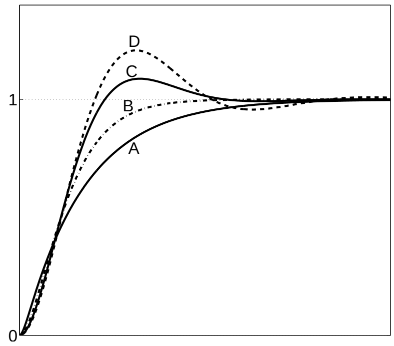
Resultat:

Uppg. 1	Uppg. 2	Uppg. 3	Del A
G/U	G/U	G/U	G/U

Uppgift 1

(a) Ett resonant system styrs med en (2DOF-) variant av en PD-regulator. Till vänster nedan visas rotorten för det slutna systemets poler, med avseende på förstärkningen $K \geq 0$. Till höger visas stegsvaret för det slutna systemet för fyra olika värden på K. Det slutna systemet har formen $G_c(s) = \frac{b}{s^2+as+b}$.





Ringa in i tabellen nedan vilket av stegsvaren A, B, C och D som hör till respektive värde på parametern K. Motivera!

$K = 1$	A	B	C	D	$K = 2$	A	B	C	D
$K = 5$	A	B	C	D	$K = 20$	A	B	C	D

Motivering:

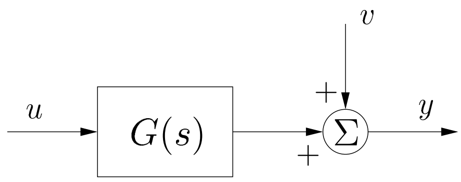
(b) Ett system med insignalen u och utsignalen y beskrivs av differentialekvationen

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 4y(t) = \frac{du}{dt}.$$

Ange viktfunktionen $g(t)$ för systemet. **Svar:**____________________

Lösning:

Uppgift 2 I blockschemat nedan är u insignal, y utsignal och v en mätbar störning. Reglerfelet är $e = y_{ref} - y$.



(a) Nedan listas några styrlagar som skulle kunna användas på systemet i blockschemat samt benämningar för några vanligt förekommande reglerprinciper. **Para ihop** benämningarna med korrekt styrlag.

Benämning			**Styrlag**
Framkoppling	○	○	$U(s) = -1.1V(s)$
PD-reglering	○	○	$u(t) = -Lx(t) + my_{ref}(t)$
PI-reglering	○	○	$u(t) = 2e(t) + 3\frac{de}{dt}$
Tillståndsåterkoppling	○	○	$U(s) = \left(4 + \frac{1}{s}\right) E(s)$

Ev. motiveringar (ej nödvändiga):

(b) Anta att systemet i blockschemat ovan styrs med återkopplingen

$$U(s) = F(s)(Y_{ref}(s) - Y(s)).$$

Överföringsfunktionen från v till y, för det återkopplade systemet, har en speciell benämning. **Ringa in** den korrekta benämningen nedan.

kretsförstärkning *viktfunktion* *känslighetsfunktion* *frekvenssvar*

Ange överföringsfunktionen från v till y för det återkopplade systemet, uttryckt i $G(s)$ och $F(s)$. **Svar:**____________________

Lösning:

Uppgift 3 Ett system har tillståndsbeskrivningen

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -10 & -9 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 0.1 & 2 \end{bmatrix} x(t).$$

(a) Avgör huruvida tillståndsbeskrivningen är en *minimal realisation* eller inte. **Svar:**______________________________

Motivering:

(b) Ange systemets överföringsfunktion. **Svar:**______________________

Lösning:

(c) Systemet styrs med tillståndsåterkoppling, $u(t) = -L\hat{x}(t) + my_{ref}(t)$, där $\hat{x}(t)$ fås från en observatör. Bestäm L och m i tillståndsåterkopplingen så att det slutna systemet får polerna $-10 \pm i10$, och statisk förstärkning lika med ett från y_{ref} till y.

Svar:____________________________________

Lösning:

Vid behov kan du fortsätta dina lösningar/motiveringar på detta ark. Markera tydligt vilken uppgift som avses.

Lösningar till tentamen i Reglerteknik I 5hp, del A 2014-03-14

1. (a) Stegsvaren C och D har översläng $\Leftrightarrow$ komplexa poler, A och B är helt dämpade $\Leftrightarrow$ reella poler. D är mindre dämpat än C, d.v.s. har mindre relativ dämpning ζ. B är snabbare än A, så dess dominerande pol ligger längre från origo än A:s dominerande pol. Rotorten ger att polerna är komplexvärda för $K < 5$, och ζ ökar med K. För $K \geq 5$ är polerna reella, och den dominerande polen närmar sig origo när K ökar (går mot ändpunkten). Korrekt ihopparning är alltså:

$$K = 1 \leftrightarrow \text{D}, \quad K = 2 \leftrightarrow \text{C}, \quad K = 5 \leftrightarrow \text{B}, \quad K = 20 \leftrightarrow \text{A}$$

(b) Viktfunktionen är $g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)]$. Överföringsfunktionen $G(s)$ fås genom Laplacetransformering av differentialekvationen:

$$\left(s^2 + 4s + 4\right) Y(s) = sU(s) \quad \Leftrightarrow \quad Y(s) = \frac{s}{s^2 + 4s + 4} U(s) = \frac{s}{(s+2)^2} U(s).$$

Viktfunktionen blir alltså $g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{(s+2)^2}\right] = (1 - 2t)e^{-2t}$.

2. (a) Korrekt ihopparning är

$$\begin{array}{rcl}
\text{Framkoppling} & \leftrightarrow & U(s) = -1.1V(s) \\
\text{PD-reglering} & \leftrightarrow & u(t) = 2e(t) + 3\frac{de}{dt} \\
\text{PI-reglering} & \leftrightarrow & U(s) = \left(4 + \frac{1}{s}\right) E(s) \\
\text{Tillståndsåterkoppling} & \leftrightarrow & u(t) = -Lx(t) + my_{ref}(t)
\end{array}$$

(b) För slutna systemet gäller

$$Y(s) = \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)} Y_{ref}(s) + \frac{1}{1 + F(s)G(s)} V(s),$$

så överföringsfunktionen $v \to y$ är $\frac{1}{1+F(s)G(s)} = S(s)$, vilken benämns som *känslighetsfunktionen*.

3. (a) Resultat 8.11: Minimal realisation $\Leftrightarrow$ både styrbart och observerbart. Systemet står på styrbar kanonisk form $\Rightarrow$ styrbart. Observerbarhetsmatrisen är

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 & 2 \\ 1 & -0.9 \end{bmatrix}, \qquad \left(\text{och} \quad \mathcal{S} = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \right)$$

vilken har full rang. Resultat 8.8 & 8.9 $\Rightarrow$ både styrbart och observerbart. Alltså är det en minimal realisation.

(b) Styrbar kanonisk form $\Rightarrow G(s) = \frac{0.1s+2}{s^2+10s+9}$.

(c) Det slutna systemet blir $Y(s) = G_c(s) m Y_{ref}(s)$, med $G_c(s) = C(sI - A + BL)^{-1}B = \frac{b(s)}{\alpha(s)}$, där $b(s)$ är det öppna systemets täljarpolynom, dvs $b(s) = 0.1s + 2$ här, och $\alpha(s) = \det(sI - A + BL)$ är slutna systemets polpolynom. Detta gäller oavsett om observatör används eller inte. Önskat polpolynom är $(s+10)^2+10^2 = s^2+20s+200$.

$$\alpha(s) = \det(sI - A + BL) = \det \begin{bmatrix} s+10+l_1 & 9+l_2 \\ -1 & s \end{bmatrix} = s^2+(10+l_1)s+9+l_2.$$

Identifiering av koefficienter ger $L = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 191 \end{bmatrix}$. Vill ha statisk förstärkning lika med ett, dvs $1 = G_c(0)m = \frac{2m}{200} \Rightarrow$ välj $m = 100$.