TENTAMEN: DEL A
Reglerteknik I 5hp

Tid: Tisdag 9 juni 2015, kl. 14.00-17.00

Plats: Polacksbackens skrivsal

Ansvarig lärare: Hans Norlander, tel. 018-4713070.

Tillåtna hjälpmedel: Kursboken (Glad-Ljung), miniräknare, Laplace-tabell och matematisk formelsamling.

Examinationen består av två delar, del A och del B. För att bli godkänd krävs att man är godkänd på del A, och för detta krävs godkänt på varje uppgift. Del B är frivillig och ges endast vid ordinarie tentatillfällen (vid respektive kurstillfällen).

Preliminära betygsgränser:
Betyg 3: Godkänt på del A
Betyg 4: Godkänt på del A och minst 10 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)
Betyg 5: Godkänt på del A och minst 18 poäng på del B (inkl. bonuspoäng)

OBS: Svar och lösningar/motiveringar ska skrivas på angiven plats i detta provhäfte, och provhäftet ska lämnas in.
Lösningarna ska vara tydliga och väl motiverade (om inget annat anges).

TREVLIG SOMMAR!

Tentamenskod	
Utbildningsprogram	Termin och år då du först registrerades på kursen
Bordsnummer	Klockslag för inlämning

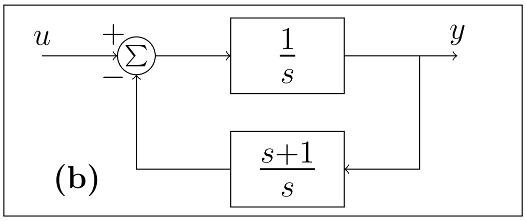
Resultat:

Uppg. 1	**Uppg. 2**	**Uppg. 3**	**Del A**
G/U	G/U	G/U	G/U

Uppgift 1 Nedan ges tre system, (a)–(c), med u som insignal och y som utsignal.

(a)

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x(t).$$



$$\textbf{(c)} \quad Y(s) = \frac{4s^2 + 3s + 8}{(s+5)(s^2+4s+8)(-s+1)} U(s)$$

För vart och ett av systemen (a)–(c), avgör ifall systemet är stabilt eller instabilt. Ange också $\lim_{t\to\infty} y(t)$, ifall gränsvärdet existerar, då $u(t)$ är ett enhetssteg.

(a) Stabilt/instabilt? **Svar:**______________, $\lim_{t\to\infty} y(t)$=? **Svar:**______________

Lösning:

(b) Stabilt/instabilt? **Svar:**______________, $\lim_{t\to\infty} y(t)$=? **Svar:**______________

Lösning:

(c) Stabilt/instabilt? **Svar:**______________, $\lim_{t\to\infty} y(t)$=? **Svar:**______________

Lösning:

Uppgift 2 En likströmsmotor, $Y(s) = G(s)U(s)$, med $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$, styrs med styrlagen $u(t) = \beta(y_{ref}(t) - y(t)) - \alpha\dot{y}(t) \Leftrightarrow$

$U(s) = F_r(s)Y_{ref}(s) - F_y(s)Y(s)$, med $F_r(s) = \beta$ och $F_y(s) = \alpha s + \beta$.

(a) Ringa in den regulatortyp nedan som svarar mot $F_y(s)$ här ovan:

P-, PI-, PID-, PD-, ID-regulator

Motivering (krävs):

(b) Det slutna systemet blir $Y(s) = \frac{\beta}{s^2+(1+\alpha)s+\beta}Y_{ref}(s)$. Man prövar tre olika uppsättningar för parametrarna α och β, och gör ett stegsvarsexperiment för respektive slutet system. De tre parameteruppsättningarna är:

(i) $\alpha = 1$, $\beta = 2$; **(ii)** $\alpha = 3$, $\beta = 8$; **(iii)** $\alpha = 0$, $\beta = 2$

Vilken parameteruppsättning, (i)–(iii), ger stegsvaret med

kortast stigtid T_r? **Svar:**____________, störst översläng M? **Svar:**____________

Motivering (krävs):

(c) För det återkopplade systemet ovan, ange *kretsförstärkningen* $G_o(s)$ samt *känslighetsfunktionen* $S(s)$. Båda ska vara uttryckta i α och β.

Vad är $G_o(s)$? **Svar:**________________ Vad är $S(s)$? **Svar:**________________

Lösning:

Uppgift 3 En enkel (linjäriserad) modell av en inverterad pendel ges av tillståndsbeskrivningen

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t).$$

Insignalen u är vridmomentet kring upphängningspunkten, och utsignalen y är pendelns vinkelavvikelse från lodlinjen i upprätt läge.

(a) Avgör ifall tillståndsbekrivningen ovan är en *minimal realisation* eller inte. **Svar:**____________________________

Motivering:

(b) Tillståndsåterkopplingen $u(t) = -L\hat{x}(t) + my_{ref}(t)$ används, där $\hat{x}$ en skattning av x som fås från en observatör. Bestäm vektorn L och förstärkningen m så att det slutna systemet blir

$$Y(s) = \frac{1}{(s+1)^2} Y_{ref}(s).$$

Svar: $L =$ ____________________________, $m =$ ________________________

Lösning:

(c) Observatörsförstärkningen är $K = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix}^T$. Bestäm observatörspolerna.
Svar:____________________________

Lösning:

Vid behov kan du fortsätta dina lösningar/motiveringar på detta ark. Markera tydligt vilken uppgift som avses.

Lösningar till tentamen i Reglerteknik I 5hp, del A 2015-06-09

1. (a) Systemet står på styrbar kanonisk form $\Rightarrow$ får direkt att $G(s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2}$. Nämnarpolynomets koefficienter är strikt positiva, och för andragradspolynom är det tillräckligt villkor för att nollställena (d.v.s. polerna) ska ligga i vänster halvplan. Alltså stabilt! $\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sG(s)\frac{1}{s} = G(0) = 0.5$.
(b) Återkopplat system:

$$Y(s) = \frac{1}{s}\left(U(s) - \frac{s+1}{s}Y(s)\right) \quad \Leftrightarrow \quad Y(s) = \frac{s}{s^2+s+1}U(s)$$

Återigen är polpolynomets alla koefficienter positiva $\Rightarrow$ stabilt, och $\lim_{t\to\infty} y(t) = G(0) = 0$.
(c) En pol i $+1 \Rightarrow$ instabilt $\Rightarrow$ gränsvärdet existerar ej!

2. (a) I $F_y(s) = \alpha s + \beta$ svarar αs mot derivering och β mot en proportionell del. Alltså en PD-regulator!
(b) Jämför slutna systemet med standardformen för (stabila) andra ordningens system med komplexvärda poler, $\frac{\omega_0^2}{s^2+2\zeta\omega_0 s+\omega_0^2}$. Här är $\omega_0 > 0$ polernas avstånd från origo, och $0 < \zeta \leq 1$ är relativa dämpningen. Ju större ω_0 desto kortare T_r, och ju mindre ζ desto större M. Här blir polpolynomen

$$\begin{array}{rrcl}
\text{(i)} & s^2+2s+2 & \Leftrightarrow & \omega_0 = \sqrt{2}, \quad \zeta = 1/\sqrt{2} \\
\text{(ii)} & s^2+4s+8 & \Leftrightarrow & \omega_0 = \sqrt{8}, \quad \zeta = 1/\sqrt{2} \\
\text{(iii)} & s^2+s+2 & \Leftrightarrow & \omega_0 = \sqrt{2}, \quad \zeta = 1/\sqrt{8}
\end{array}$$

Alltså har (ii) kortast T_r, och (iii) har störst M.
(c) $G_o(s) = G(s)F_y(s) = \frac{\alpha s+\beta}{s(s+1)}$, $S(s) = \frac{1}{1+G_o(s)} = \frac{s(s+1)}{s^2+(1+\alpha)s+\beta}$.

3. (a) Styrbar kanonisk form $\Rightarrow$ styrbart. Observerbarhetsmatrisen är

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \det \mathcal{O} = -1 \neq 0,$$

d.v.s. full rang $\Rightarrow$ observerbart. Både styrbart och observerbart $\Leftrightarrow$ minimal realisation (Resultat 8.11).
(b) Styrbar kanonisk form $\Rightarrow$ öppna systemet $G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{1}{s^2-1}$. Vid tillståndsåterkoppling (med eller utan observatör) blir slutna systemet $Y(s) = \frac{b(s)m}{\alpha(s)}Y_{ref}(s)$. Eftersom $b(s) = 1$, väljs $m = 1$. Polpolynomet blir

$$\alpha(s) = \det(sI - A + BL) = \det \begin{bmatrix} s+l_1 & -1+l_2 \\ -1 & s \end{bmatrix} = s^2 + l_1 s - 1 + l_2,$$

medan det önskade polpolynomet är $(s+1)^2 = s^2+2s+1$. Identifiering av koefficienter ger $L = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$.

(c) Observatörspolerna ges av $0 = \det(sI - A + KC)$, vilket här ger

$$0 = \det \begin{bmatrix} s & -1+3 \\ -1 & s+2 \end{bmatrix} = s^2 + 2s + 2 \quad \Leftrightarrow \quad s = -1 \pm i.$$