TENTAMEN I REGLERTEKNIK III, 5hp

TID: 18 december 2013, klockan 8 – 13

SKRIVSAL: Polacksbacken, skrivsal

ANSVARIG LÄRARE: Thomas Schön, tel: 471 2594.

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Kursbäcker i Reglerteknik, Reglerteori av Glad/Ljung, miniräknare, tabeller.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås efter tentamen på kurshemsidan.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:	betyg 4	18 p
	betyg 5	24 p

Använd separata blad för varje problem, d.v.s. inte mer än ett problem per blad. Skriv er examinationskod på varje blad.

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Vaga eller bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

1. (a) Beräkna RGA vid frekvensen 0 för systemet

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{s+3} & \frac{-1}{s+0.1} \\ \frac{15}{s^2+s+1} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

(1p)

(b) Varför är det svårt att styra ett system som har både en pol och ett nollställe i höger halvplan? Vilken betydelse har den inbördes placeringen mellan nollställe och pol? (2p)

(c) Betrakta systemet

$$y = \frac{1}{s+2}u + \frac{2}{s+3}v$$

där y är utsignal, u styrsignal och v störsignal. Styrsignalen är begränsad av villkoret $|u| \leq u_0$, medan störningen har formen $v = 2\sin 3t$. Vilket är det lägsta värdet på u_0 för vilket det är möjligt att eliminera inverkan av v på y helt? (3p)

(d) Systemet

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

återkopplas med en statisk olinjäritet. Vilka krav sälls på denna om man skall kunna garantera stabilitet för det återkopplade systemet med hjälp av cirkelkriteriet? (2p)

2. (a) En enkel modell av en dykare fås genom att betrakta enbart vilket djup han/hon befinner sig på. Krafterna som verkar på dykaren är dels tyngdkraften $F_g = mg$ och dels lyftkraften F_l. Lyftkraften kan dykaren styra genom att fylla sin väst med luft. En mycket enkel modell för denna kraft ges av

$$F_l = \frac{kTu}{x}$$

där k är en konstant, T temperaturen på luften, u styrsignalen (mängd luft i västen) och x djupet som dykaren befinner sig på. Utnyttja kraftbalans och att $F_{\text{tot}} = ma$ för att ta fram en olinjär tillståndsmodell med tillstånden $x_1 = x$ och $x_2 = \dot{x}$. (3p)

(b) Linjärisera (kring en punkt $x = (x_{1,0}\ x_{2,0})^T$ och $u = u_0$) modellen från a-uppgiften och beräkna polernas placering för den linjära modellen. (2p)

(c) Regleringen av luftmängden görs av dykaren själv genom att öppna ventiler som släpper in eller ut luft i västen. Hur förändras dynamiken när dykaren går ner djupare i vattnet (x ökar)? I vilka avseenden blir det lättare eller svårare att styra? (2p)

(d) Ventilerna kan modelleras som

$$u_f = \begin{cases} u_1 & u_{\text{in}} > u_1 \\ u_{\text{in}} & u_1 \leq u_{\text{in}} \leq u_2 \\ u_2 & u_{\text{in}} < u_2 \end{cases}$$

mängden luft i västen modelleras helt enkelt som

$$u = \int_0^t u_f(\tau) d\tau$$

Antag att dykarens reglerstrategi fungerar som en P-regulator. Han styr alltså ventilen enligt $u_{\text{in}} = K(x_{\text{ref}} - x)$, där x_{ref} är det djup som dykaren vill befinna sig på. Utgå från den linjäriserade modellen i (b) och tänk dig att den olinjära ventilmodellen används. Kan stabiliteten hos det totala återkopplade systemet under dessa förutsättningar undersökas med hjälp av cirkelkriteriet? (Inga beräkningar behöver utföras men svaret ska motiveras!) (2p)

3. Betrakta systemet

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_2^2 \\ \dot{x}_2 &= x_2 - x_1 x_2 \end{aligned}$$

Ange jämviktspunkterna, linjäriseringarna kring dessa och deras karaktär (sadelpunkt, stabilt/instabilt fokus etc.). (5p)

4. (a) Betrakta systemet

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -x_1^3 + u \\ x_1 \end{pmatrix}$$

Använd Lyapunovfunktionen

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2$$

för att föreslå en styrlag

$$u = f(x_1, x_2)$$

som gör origo globalt asymptotiskt stabilt. (4p)

(b) Låt $G(s)$ vara överföringsmatrisen för ett flervariabelt kvadratiskt system, d.v.s. lika många utsignaler som insignaler. Vidare återkopplas $G(s)$ med F_y, där F_y också är en kvadratisk överföringsfunktion. Antag att $\det G$ inte är identiskt noll. Bevisa att produkten av de singulära värdena till S alltid är lika med produkten av de singulära värdena till S_u. *Ledning: Bevisa först sambandet* $SG = GS_u$. (4p)